VITTORIO HÖSLE

PLATONS GRUNDLEGUNG DER EUKLIDIZITÄT DER GEOMETRIE

Nachdem im letzten Jahrhundert für Gauß, Johann Bolyai und Lobatschewskij infolge zahlreicher gescheiterter Beweisversuche die Unbeweisbarkeit des 5. Euklidischen Postulats zur Überzeugung geworden war, war die wichtigste Voraussetzung geschaffen für die Entwicklung sogenannter nicht-euklidischer Geometrien[1]. Nun konnte der merkwürdige Aufbau des 1. Buches der Στοιχεῖα Euklids erst eigentlich auffallen: Die Sätze I1—I28 sind Theoreme der absoluten Geometrie Bolyais, erst für I29 (das eine — aus diesen nicht ableitbare — Umkehrung von I27f. darstellt) wird auf das 5. αἴτημα zurückgegriffen. Die möglichst weit hinausgezögerte Benutzung dieses Axioms sowie die Tatsache, daß es bei Euklid explizite als Axiom aufgeführt wird, schienen nun nahezulegen, daß schon Euklid seine Unbeweisbarkeit — intuitiv — erkannt hatte — im Gegensatz zu den schon in der Antike einsetzenden (Ptolemaios, Proklos) und bis zu Wolfgang

[1] Die euklidische Geometrie in ihrer klassischen Grundlegung durch David Hilbert (Grundlagen der Geometrie, Stuttgart [1]1899, [10]1968) besteht aus zwanzig in fünf Gruppen geordneten Axiomen (mittels derer die sechs Grundbegriffe implizite definiert werden), die als solche nicht bewiesen werden können. Das 18. Axiom (‚Axiom der Parallelen') ist äquivalent mit dem 5. αἴτημα Euklids. Es besagt, daß durch einen gegebenen Punkt A zu einer gegebenen Gerade a in der durch A und a bestimmten Ebene α eine und nur eine Parallele führt. Dieser Satz ist auch äquivalent mit Eukl. I32.2: Die Winkelsumme im Dreieck ist gleich zwei Rechten (im folgenden abgekürzt: 2R). Wird auf dieses Axiom verzichtet, so entsteht die — nicht vollständige — ‚absolute Geometrie' Bolyais, in der es z. B. unentscheidbar ist, ob die Winkelsumme in einem Dreieck kleiner oder gleich 2R ist (der ‚Appendix scientiam spatii absolute veram exhibens a veritate aut falsitate Axiomatis XI Euclidei [a priori hand unquam decidenda] independentem' Johann Bolyais zu einem Werke seines Vaters, des Mathematikers Wolfgang Bolyais, erschien 1832, separat schon 1831); wird dieses Axiom durch ein entsprechendes ersetzt, das die Existenz von mindestens zwei (und damit unendlich vielen), in zwei entgegengesetzte Richtungen laufenden nicht schneidenden Geraden durch den gegebenen Punkt postuliert, so entsteht die ‚hyperbolische Geometrie', in der die Winkelsumme eines Dreiecks stets kleiner ist als 2R. In der elliptischen Geometrie Riemanns schließlich gibt es keine Parallelen, die Winkelsumme ist größer als 2R. Diese ist mit der absoluten Geometrie Bolyais (= AGB) inkonsistent; zum widerspruchsfreien Aufbau dieser Geometrie müssen daher einige der 19 Axiome der AGB eliminiert werden. — Hilberts euklidische Geometrie unterscheidet sich von der Geometrie Euklids übrigens durch ihr 20. Axiom, Cantors Stetigkeitspostulat (das auch heute vom Intuitionismus nicht akzeptiert wird) — worauf I. Tóth zu Recht insistiert hat (cfr. z. B. Geometria more ethico, in: ΠΡΙΣΜΑΤΑ, Festschrift für W. Hartner, hg. von Y. Maeyama und W. G. Saltzer, Wiesbaden 1977, 395—415, 414): Geometrische Objekte, deren Konstruktion aktual unendlich vieler Schritte bedarf (z. B. ein gleichseitiges Siebeneck), sind für

Bolyai reichenden Versuchen, es zu beweisen; so konnte schon Charles S. Pierce (The New Elements of Mathematics, ed. by C. Eisele, Vol. III, 1, Paris 1976, S. 704) behaupten: ‚I maintain that Euclid was himself a non-Euclidean geometer. I do not mean, in the complete, Gaussian und Besselian sense, but more so than Saccheri and Lambert‘[2].

In seinem Buch ‚Platon et la recherche mathématique de son époque‘ (Strasbourg—Zürich 1948) vertrat ferner Charles Mugler die Ansicht, daß schon in der Akademie Grundlagenprobleme der nicht-euklidischen Geometrie diskutiert wurden, sowie daß die dem euklidischen Axiom entgegengesetzte Hypothese untersucht wurde — leider ohne eigentliche Belege, so daß sein nicht zureichend begründeter Vorschlag nicht recht zur Kenntnis genommen wurde[3].

Erst den bahnbrechenden Arbeiten des besten Kenners der Geschichte und Philosophie der nicht-euklidischen Geometrien, Imre Tóths, gelang es somit, Klarheit in ihre Frühgeschichte zu bringen; da vorliegender Aufsatz an diese Ergebnisse anknüpft, seien sie einführend dargestellt (I)[4], um anschließend eigene Thesen darzulegen (II).

I.) Tóth entdeckte im Corpus Aristotelicum eine Anzahl von Stellen, ‚die heute zum Bereich der nichteuklidischen Geometrie gehören‘ (395), in denen gesagt wird, daß z. B. das Dreieck eine Winkelsumme ungleich, größer bzw. kleiner als 2R besitze (ungleich: an. post. 90a 13, 93a 35, soph. el. 171a 16, phys. 200a 18ff., de cael. 281b 5f., met. 1052a 7, Eth. Nic. 1140b 15f., MM 1187b 3f.; größer: an. pr. 66a 14f., an. post. 90a 33, probl. 956a 18, Eth. Eud. 1222b 35f.; kleiner: an. post. 90a 33).

Schon die Häufigkeit des Topos macht es unwahrscheinlich, daß es sich um bloß zufällig einfallende Beispiele für völlige Unmöglichkeiten handle (an. post. 90a 13

[2] Den Verweis auf diese Arbeit Pierces verdanke ich Herrn Prof. Dr. I. Tóth; ihm sowie Herrn Prof. Dr. H. Flashar und Herrn Priv. Doz. Dr. A. Kleinlogel möchte ich für zahlreiche Hinweise sowie für die kritische Durchsicht des Manuskiptes meinen herzlichen Dank aussprechen.

[3] Cfr. etwa die Rezension von W. van der Wielen (in: Mnemosyne 1949, 346—349): ‚Les notions d'une quatrième dimension et d'une géométrie non-euclidienne sont si étranges à la science grecque que le fait de les suggérer est déjà dangereux‘ (348). — Da vorliegende Arbeit Muglers These beweisen oder zumindest wahrscheinlich machen will, werden mehrere Stellen aus diesem seinem Buche zitiert werden.

[4] Die Anm. 1 zitierte Arbeit wird — da am leichtesten zugänglich — zugrunde gelegt; auf einige andere Schriften Tóths zu dem Thema sei hier verwiesen: Das Parallelenproblem im Corpus Aristotelicum, in: Arch. Hist. Exact Sci. 3 (1967), 249—422; La révolution non euclidienne, in: La Recherche, 1977 février, 143—151; Spekulationen über die Möglichkeit eines nicht euklidischen Raumes vor Einstein, in: Lectures Notes in Physics 100, Einstein Symposion Berlin, Berlin (West)—Heidelberg—New York 1979, 46—83; Zur Entwicklung der Terminologie für Beweis in der griechischen Mathematik (noch unveröffentlicht; aus Vorlesungen von Herrn Prof. Tóth sind mir die Grundgedanken bekannt) (für den historischen Aspekt); La géométrie non euclidienne dans le développement de la pensée, in: Études d'histoire et de philosophie des sciences 1962, 53—70; Die nicht-euklidische Geometrie in der Phänomenologie des Geistes, wissenschaftstheoretische Betrachtungen zur Entwicklungsgeschichte der Mathematik, Frankfurt/M. 1972 (für den ι-geistesgeschichtlichen Aspekt).

etwa wird das Dreieck ebenso mit ἰσότης/ἀνισότης [sc. zu 2R] prädiziert wie Mond, Erde, Sonne mit ἔκλειψις); dies wird noch unplausibler dadurch, daß die Äquivalenz der Unmöglichkeit der Existenz von Parallelen (heute Grundaxiom der elliptischen Geometrie) und von einer Winkelsumme des Dreiecks, die größer als 2R ist, klar gesehen wird (an. pr. 66a 13ff.: οἷον τὰς παραλλήλους συμπίπτειν [cfr. dazu auch an. post. 77b 23] καὶ εἰ μείζων ἐστὶν ἡ ἐντὸς τῆς ἐκτὸς καὶ εἰ τὸ τρίγωνον ἔχει πλείους ὀρθὰς δυοῖν); zwingend kann dies ausgeschlossen werden durch De cael. 281b 3ff.: Dort wird zwischen einem ἀδύνατον/δύνατον (und entsprechend einem ψεῦδος/ἀληθές) ἐξ ὑποθέσεως und — auf der anderen Seite — einem ἀδύνατον ἁπλῶς unterschieden. Als Beleg für den ersten Fall heißt es: λέγω δ' οἷον τὸ τρίγωνον ἀδύνατον δύο ὀρθὰς ἔχειν, εἰ τάδε, καὶ ἡ διάμετρος σύμμετρος, εἰ τάδε[5]. Eine textkritisch einwandfreie Herstellung der Stelle ist außerordentlich schwierig[6], aber es wird auf jeden Fall der hypothetische, nicht a-priorische Charakter[7] von Sätzen, betreffend die Winkelsumme und die Kommensurabilität betont; gleichzeitig wird die Möglichkeit ausgesprochen, daß unter einer bestimmten Bedingung die Winkelsumme ungleich 2R und (damit) die Diagonale der Quadratseite kommensurable Werte annehme. Eine derartige Äußerung kann aber nur dann einen Sinn gehabt haben, wenn diese Bedingung den Hörern bekannt war: es ist die Negation von Euklids 5. αἴτημα, bei der diese Folgen eintreten. Die Einsicht in diesen nichteuklidischen Zusammenhang setzt nun eine ziemlich weitgehende Beschäftigung mit einer das 5. Postulat negierenden Geometrie voraus; ‚durch bloße dialektische Einfälle können solche Aussagen nicht konjekturiert werden. Ohne Beweis (der kompliziert ausfällt), ist es unmöglich, auf sie zu stoßen' (396).

Die Stellen zeigen also, daß sich griechische Mathematiker kurz vor Aristoteles offenbar bemüht haben, aus antieuklidischen Hypothesen Schlußfolgerungen zu ziehen — den Zweck dieser Untersuchungen erschließt Tóth aus an. pr. II, 16, also dem Kapitel über die petitio principii ('τὸ δ' ἐν ἀρχῇ αἰτεῖσθαι', 64b 28). Dort heißt es als Beispiel für einen Zirkelschluß (65a 5ff.): ὅπερ ποιοῦσι οἱ τὰς παραλλήλους οἰόμενοι γράφειν· λανθάνουσι γὰρ αὐτοὶ ἑαυτοὺς τοιαῦτα λαμβάνοντες ἃ οὐχ οἷόν τε ἀποδεῖξαι μὴ οὐσῶν τῶν παραλλήλων.

---

[5] Der Text ist zitiert nach D. J. Allan, Aristotelis De caelo, Oxford 1973.

[6] Dazu ist eine Untersuchung von I. Tóth in Vorbereitung; wahrscheinlich ist das zweite εἰ τάδε, das in den besten Handschriften fehlt, zu streichen (in der Ausgabe von Oddone Longo [Aristotele, De caelo, Firenze 1961] ist es in eckige Klammern gesetzt, in derjenigen von P. Moraux [Aristote, Du ciel, Paris 1965, Les Belles Lettres] ist es aus dem Text gestrichen [im App. critic. heißt es: ‚εἰ τάδε post σύμμετρος add. recc.'], das erste in ein εἶτα δέ umzuwandeln und davor ein Kolon zu setzen [Prof. Tóth hat mir liebenswürdigerweise mitgeteilt, daß dies der Befund in den von ihm konsultierten Handschriften Vindob. Phil. Gr. 100 (Saec. IX) fol. 65r. 6, Marcianus 214 (XII) fol. 220r.b 16 sowie Marcianus 200 (Kopist: Joh. Rhosos 1457) fol. 46 v. 14 ist], so daß zu übertragen wäre: ‚ich sage, wie z. B. das Dreieck [sc. ἐξ ὑποθέσεως] unmöglich eine Winkelsumme von 2R haben kann; sodann ist auch die Diagonale kommensurabel' [cfr. auch I. Tóth, Spekulationen ..., op. cit., 80f. (Anm. 31)].

[7]

Wie Tóth gezeigt hat[8], meint der Ausdruck ,τὰς παραλλήλους γράφειν' den Versuch, Eukl. I29 zu beweisen, ohne auf das 5. αἴτημα zu rekurrieren, d. h., ihn aus seinen Umkehrsätzen I27f. abzuleiten. Ein solcher Versuch — der zum Scheitern verurteilt ist[9] — fußte offensichtlich schon auf I29 (oder auf aus ihm Deduziertem); auf dieses notorisch falsche Verfahren bezieht sich nun kritisch Aristoteles[10]. ,Der extrem konzentrierte allusive Stil der Stelle belegt die große Vertrautheit seiner Zuhörer mit dem Problem' (396). Die aristotelische Anspielung erhellt die mathematische Entwicklung schlaglichtartig: ,Man hat versucht, ihm [sc. I32.2] einen strengen, d. h. absolut—geometrischen Beweis zu geben, und ist dabei auf Zirkelschlüsse gestoßen'. Es liegt nun nahe, daß nach dem Scheitern dieser Bemühungen ein indirekter Beweis gesucht wurde: Es sollten Inkonsistenzen in Systemen, die auf einer antieuklidischen Hypothese gründen, aufgezeigt werden, die zu diesem Zwecke aufgestellt und ansatzweise entwickelt wurden[11]; ,die von Aristoteles angeführten heterodoxen Sätze sind als die fossilisierten Fragmente der indirekten Lösungsversuche des Problems anzusehen' (397; cfr. auch 399 zu De cael. 281b 5ff.: ,Es ist anzunehmen, daß das ursprüngliche Ziel die Widerlegung der allgemeinen antieuklidischen Hypothese war, mit Hilfe der Absurdität ,eine ungerade Zahl ist gerade', zu der die Hypothese der Kommensurabilität führen sollte. Dieser Widerspruch kann jedoch nur mit Hilfe des euklidischen Satzes elem. I32.2 erreicht werden').

Die (elliptische) Hypothese des stumpfen Winkels kann tatsächlich widerlegt werden, weil sich bei dieser Annahme die Parallelen schneiden (was der Definition — Eukl. I Def. 23 — widerspricht) — wie Aristoteles auch ausführt (an. pr. 66a 13ff.; an. post. 77b 23: γεωμετρικόν πως καὶ ἀγεωμέτρητον)[12]; die (hyperbolische)

---

[8] Das Parallelenproblem ... op. cit., 257—267; Zur Entwicklung der Terminologie ..., op. cit.

[9] Bekanntlich sind I27, 28 und I29 das einzige Satzpaar im ersten Buch Euklids, wo der zweite Satz, obwohl Umkehrung des ersten, nicht aus diesem folgt (cfr. als den Normalfall: I18 und I19; I24 und I25; I47 und I48). Dazu Mugler, op. cit., 330; ,... que la recontre d'un théorème opposant une résistance acharnée a toutes les tentatives d'intervertir la prémisse et la conclusion devait apparaître à leurs yeux comme un scandale logique non moins déconcertant que, un siècle auparavant, la découverte par les Pythagoriciens de la première dérogation à la loi des nombres entiers ...'

[10] So schon Mugler, op. cit., 148: ,La théorie des parallèles contenait donc, à cette époque, une pétition de principe qui n'échappait d'ailleurs pas à Aristote.'

[11] Das ist auch G. Saccheris Verfahren in seinem berühmten ,antieuklidischen' Werk ,Euclides ab omni naevo vindicatus', Mediolani 1733 (,antieuklidisch' ist ein von Tóth eingeführter Terminus zur Bezeichnung von nicht-euklidischen Sätzen, die als falsche aufgestellt wurden; dies taten alle Geometer von der Antike bis einschließlich Taurinus [1825/26], erst Gauß, Bolyai und Lobatschewskij haben eigentliche nicht-euklidische Geometrien, da mit ihnen ,die Philosophie der dogmatischen Unizität aufgegeben und durch eine liberale Philosophie der Pluralität geometrischer Systeme und der Koexistenz entgegengesetzter Universa ersetzt wurde' [400]).

[12] Mugler denkt übrigens besonders an eine Riemannsche Geometrie, da ihr endlicher Raum zu Platons finitistischer Auffassung passe (cfr. z. B. op. cit., 143), aber es bleibt doch anzunehmen, daß die Alternative euklidisch-hyperbolisch im Mittelpunkt des Interesses stand — ganz so wie in der späteren Entwicklung, besonders bis zum 18. Jh. Zur Frage ausführlich Tóth, Das Parallelenproblem ..., op. cit., 271ff.

Annahme des spitzen Winkels kann jedoch ohne Zuhilfenahme des 5. αἴτημα[13] nicht zurückgewiesen werden, das eben deshalb bei Euklid explizite figuriert: ,Die ,communis opinio', das Parallelenproblem sei aus Mangel an Evidenz des Parallelenpostulats entstanden, erscheint nach obigen Ausführungen historisch unhaltbar; im Gegenteil: die Notwendigkeit der Überwindung des bereits bestehenden Parallelenproblems erforderte die Einführung des Parallelenpostulats' (399)[14].

Aristoteles ist sich des bloß thetischen, unbeweisbaren Charakters des euklidischen Axioms voll bewußt: Eth. Eud. 1222b 39ff. heißt es: ,εἰ γὰρ μηδὲν ἄλλο αἴτιον τοῦ τὸ τρίγωνον οὕτως ἔχειν, ἀρχή τις ἂν εἴη τοῦτο καὶ αἴτιον τῶν ὕστερον': als ἀρχή, d. h. Axiom, fungiert hier der Winkelsummensatz, der — in den drei Varianten — mit dem Parallelenpostulat in seinen drei möglichen Fassungen äquivalent ist. Von diesem Axiom hängen alle anderen Theoreme ab; wird jenes verändert, wandeln sich auch diese: ,ὡς γὰρ ἂν ἔχωσιν αἱ ἀρχαί, οὕτως καὶ ἐκ τῶν ἀρχῶν ἔχει. ἐναργέστερον δ' ἔστι κατιδεῖν τοῦτο ἐν τοῖς κατὰ γεωμετρίαν· καὶ γὰρ ἐκεῖ ἐπειδή τινες λαμβάνονται ἀρχαί, ὡς ἂν αἱ ἀρχαὶ ἔχωσιν, οὕτω καὶ τὰ μετὰ τὰς ἀρχάς, οἷον εἰ τὸ τρίγωνον δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ἔχει, τὸ δὲ τετράγονον τέτταρσιν ...' (es folgt die Anwendung der Kontraposition; MM 1187a 37ff.; cfr. 1189b 10ff.); ,ἐν δὲ ταῖς ἀκινήτοις ἀρχαῖς, οἷον ἐν ταῖς μαθηματικαῖς, οὐκ ἔστι τὸ κύριον, καίτοι λέγεταί γε καθ' ὁμοιότητα. καὶ γὰρ ἐνταῦθα κινουμένης τῆς ἀρχῆς πάντα μάλιστ' ἂν τὰ δεικνύμενα μεταβάλλοι' (Eth. Eud. 1222b 23ff.).

Es fällt auf, daß diese Stellen sich in den Ethiken finden; wie Tóth aufgewiesen hat, parallelisiert der Stagirite den geometrischen ἀρχή-Begriff mit dem ethischen Motiv, der präferentiellen Wahl, der Entscheidung für ein Ziel, die als Telos am Anfang einer Handlung steht und aus der sich die einzelnen Taten ableiten lassen: ,ὥσπερ γὰρ ταῖς θεωρητικαῖς αἱ ὑποθέσεις ἀρχαί, οὕτω καὶ ταῖς ποιητικαῖς τὸ τέλος ἀρχὴ καὶ ὑπόθεσις ... ὥσπερ ἐκεῖ, εἴ ἔστι τὸ τρίγωνον δύο ὀρθαί, ἀνάγκη τοδὶ εἶναι' (Eth. Eud. 1227b 29ff., cfr. Eth. Nic. 1140b 16f.). Durch eine ausführliche Interpretation von Eth. Nic. 1140b 13ff. gelangt schließlich Tóth zu dem Ergebnis, daß für Aristoteles die Wahl zwischen euklidischem und nicht-euklidischem Axiom (dafür steht hier — wie Eth. Eud. 1222b 39ff. — der Winkelsummensatz) — entsprechend einer ethischen Wahl — ein Akt der Freiheit ist, der — anders als bei ethischen Handlungen — nicht einmal durch Lust oder Leid beeinflußt werden

---

[13] Zum Begriff αἴτημα verweist Toth auf an. post. 76b 32ff., wo αἴτημα als ,τὸ ὑπεναντίον τοῦ μανθάνοντος τῇ δόξῃ' definiert wird: ,Es ist nicht ganz auszuschließen, daß bei erster Anwendung des Terminus auf das Euklidische Parallelenpostulat der in an. post. I10, 176b 31 angegebene Sinn mitgespielt hat' (398).

[14] Cfr. Mugler, op. cit., 149: ,Tout semble indiquer que c'est Euclide lui-même qui le premier reconnut la nécessité de mettre fin aux pétitions de principe autour de la question des parallèles par un postulat et qui eut le génie de choisir de plusieurs possibilités la plus simple', sowie 330: Das fünfte Postulat ,est l'aboutissement de la longue suite de réflexions et de travaux provoqués par l'étonnement philosophique de Platon et de ses disciples sur l'exception unique qu'ils avaient constatée à la loi de la réversibilité des propositions.'

kann: Das ist der einzige Unterschied bei sonst bestehender Strukturanalogie ‚auf ethischem und auf geometrischem Gebiet' (409)[15] — eine metamathematische Konzeption, die durch ihre außerordentliche Modernität fasziniert.

II.) Im folgenden soll nun versucht werden, zwei Stellen aus Platon im Lichte der Tóthschen Forschungen sowie der grundlegenden Arbeiten von H. J. Krämer (Arete bei Platon und Aristoteles, Heidelberg 1959) und K. Gaiser (Platons ungeschriebene Lehre, Stuttgart ²1968) zur esoterischen Lehre Platons zu interpretieren, erweist sich doch diese der mündlichen Unterweisung in der Akademie vorbehaltene systematische Lehre immer mehr als Schlüssel zum Verständnis auch der Dialoge[16].

Es ist a priori sehr wahrscheinlich, daß die bei Aristoteles (der selber in der Mathematik als fast einziger Wissenschaft nichts Originäres geleistet hat) vorgefundenen geometrischen Angaben aus seiner Zeit in der Akademie stammen (367—347), dem Mittelpunkt der damaligen mathematischen Forschung, in dem die Voraussetzungen für Euklids Στοιχεῖα bereitet wurden[17]: an Theaitetos' Behandlung der irrationalen Werte (X. Buch)[18] sowie an seine systematische Entwicklung der regulären Körper (XIII. Buch) sei hier ebenso erinnert wie an Eudoxos'[19] Grundlegung einer

[15] Natürlich schließt dieser Vergleich für Aristoteles nicht aus, daß das eine Glied der Alternative (wie bei Handlungsentscheidungen) ‚gut', das andere ‚schlecht' ist. — Die 412 interpretierte Stelle aus den (wohl unechten) Problemata kann übrigens auch harmloser verstanden werden; der Gegensatz zu top. 106a 38ff. ist nicht zwingend, da die dort erwähnte Freude auf dem θαυμάζειν vor der Inkommensurabilität beruht, nicht wesentlich auf dem nicht-axiomatischen Charakter des Satzes. Der Verzicht auf die probl.-Stelle ändert übrigens nichts an der Gesamtkonzeption Tóths.

[16] Die Arbeiten Krämers und Gaisers, die eine wichtige Kontroverse ausgelöst haben, sind auch heute noch nicht allgemein anerkannt; warum Verf. ihnen im Grundsätzlichen zustimmt, versucht er in ‚Wahrheit und Geschichte', Diss. Tübingen 1982 (noch unveröffentl.), II Be detailliert zu begründen. An weiterer Literatur sei hier nur verwiesen auf G. Vlastos' recht kritische Rezension von Krämers Aretebuch (On Plato's Oral Doctrine, in: Gnomon 41, 1963, 641—655; jetzt auch in: G. Vlastos, Platonic Studies, Princeton 1973, 379—398; cfr. daselbst auch den späteren ‚Appendix' [399—403]), auf die Krämer in einem Teil seiner Arbeit ‚Retraktationen zum Problem des esoterischen Platon' (in: Museum Helveticum 21, 1964, 137—167) metakritisch eingegangen ist. Eine weitere Auseinandersetzung mit neueren kritischen Arbeiten zum Problemkomplex der platonischen Esoterik, z. B. mit Tigerstedt und Guthrie, findet sich in Krämers Aufsatz ‚Neues zum Streit um Platons Prinzipientheorie' (in: Philosophische Rundschau 27, 1980, 1—38). An neueren Abhandlungen von Gaiser seien genannt: La teoria dei principî in Platone (in: Elenchos 1, 1980, 45—75) und: Plato's Enigmatic Lecture ‚On the Good' (in: Phronesis 25, 1980, 5—37).

[17] Den Platonismus Euklids belegt bekanntlich auch der Gebrauch des Imperativs Perfekt Passiv (ἤχθω, γεγράφθω, ja sogar ᾐτήσθω bei den Postulaten), der die Zeitlosigkeit der geometrischen Konstruktion andeuten soll: cfr. Ch. Mugler, Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des grecs, Paris 1958, 19—21.

[18] Cfr. dazu Gaiser, op. cit., 131f. (der Terminus ‚Binomiale' [ἐκ δύο ὀνομάτων] stammt wahrscheinlich von Platon) und 302 (zur platonischen Auswertung der Klassifikation der Irrationalitäten; dazu auch Test. 67b [mit ‚Test'. kürze ich die Testimonien zur platonischen ungeschriebenen Lehre im Anhang von Gaisers Buch ab]).

[19] Eudoxos' Verhältnis zu Platon braucht hier nicht näher untersucht zu werden; die Angabe in der Vita Marciana (fol. 278A60; cfr. dazu O. Gigon, Vita Aristotelis Marciana, Berlin 1962, 49f.) macht es bekanntlich wahrscheinlich, daß er während Platons zweiter Reise nach Sizilien Schuloberhaupt der Akademie war.

allgemeinen Proportionslehre im V. Buch, die an Präzision in der Behandlung des Infinitesimalen ein erst von R. Dedekind wieder erreichtes Niveau bezeugt: verwiesen sei auf H. Hasses und H. Scholz' Arbeit ,Die Grundlagenkrisis der griechischen Mathematik' (Charlottenburg 1928), die Eudoxos' und Dedekinds Leistung ausführlich vergleicht und einerseits herausstellt, daß ,dieses Eudoxische System ... zu dem System der Dedekindschen Schnitte isomorph' ist (23), andererseits aber doch die größere Formalität und Abstraktheit, ja sogar den Gebrauch impliziter[20] Definitionen bei Eudoxos als Unterschied beider Systeme betont: ,Dann aber ist die in dem Eudoxischen Definitionensystem enthaltene Definition des Verhältnisses in der Tat eine implizite Definition, d. h. eine Definition, die nur angibt, in welchen Zusammenhängen das Wort Verhältnis auftreten kann, ohne dieses Wort selbst zu erklären' (17)[21]. — ,Demgegenüber haben wir schon in aller Klarheit herausgearbeitet, daß Eudoxos seine Verhältnisse implizit definiert. Während also Dedekind die Elemente seines Bereichs, die Schnitte, inhaltlich in völlig bestimmter Weise festlegt, sieht Eudoxos von einer inhaltlichen Bestimmung der Elemente seines Bereichs, der Verhältnisse, ab ... Es gelingt also ... dem Eudoxos unmittelbar, den Typus seines Systems aufzubauen, d. h. also die Gesamtheit aller Systeme von Eudoxischen Verhältnissen, wie diese auch inhaltlich belastet seien (Verhältnisse von Strecken, Flächen, Körpern, ...), während man durch den Dedekindschen Konstruktionsprozeß, der unmittelbar nur das inhaltlich bestimmte System der reellen Zahlen liefert, erst nachträglich zum Typus dieses Erweiterungssystems gelangt, indem man alle isomorphen Systeme hinzunimmt.' (24f.)

Eudoxos' Werk zeigt, auf welcher Abstraktionsebene Grundlagenprobleme der Geometrie in der Akademie diskutiert wurden — auch von daher[22] dürfte deshalb nichts der eingangs erwähnten These im Wege stehen, daß die von Aristoteles zitierten Stellen Relikte ausgiebiger Forschungen zur Axiomatik der Geometrie seien, die in Platons Schule stattfanden[23]. Es ist ferner völlig unglaubwürdig,

[20] Vorher galt es als D. Hilberts Leistung, in den ,Grundlagen der Geometrie' als erster Explizitdefinitionen (nach Art von Euklid I) durch implizite ersetzt zu haben (zu der Berechtigung dieses Verfahrens vgl. z. B. G. Freges Kritik in den drei Aufsätzen ,Über die Grundlagen der Geometrie' [in: Kleine Schriften, Darmstadt 1967, 262—323] und Reichenbachs beredte Verteidigung [The Philosophy of Space and Time, 1958, § 14] — um nur zwei Vertreter von entgegengesetzten Positionen herauszugreifen); jedenfalls scheint Hilberts Formalismus in Eudoxos einen Vorläufer zu haben.

[21] Cfr. a. O.: ,Wir sehen Def. 4 als implizite Definition von homogen an'.

[22] Cfr. Mugler, Platon ..., op. cit., 141: ,Un tel penseur aurait donc entrevu la possibilité d'une géométrie autre que celle que les Grecs ont développée effectivement, et il aurait découvert, comme moyen de concilier ses conceptions spatiales avec ses vues cosmogoniques, une géométrie Riemannienne (dazu s. oben Anm. 12). L'idée d'un pareil philosophe à l'époque de Platon et déjà à celle de ses précurseurs immédiats n'est pas un vain anachronisme. Certes l'invention des géométries non euclidiennes suppose un tres grand pouvoir d'abstraction et elle ne fut faite qu'au 19e siècle après des travaux préparatoires au cours du 18e. Mais nous verrons à propos de la réforme d'Eudoxe ... que le pouvoir d'abstraction mathématique des Grecs ne le cédait en rien à celui des mathématiciens contemporains et que le penseur de Cnide anticipait en partie les théories par lesquelles Cauchy, Dedekind et d'autres essayaient de refonder le calcul infinitésimal au 19e siècle.'

[23] Tóth denkt als Quelle für Aristoteles an Eudoxos und seinen Kreis, besonders an Menaichmos und Theudios, die in der bekannten Mathematikerliste des Proklos (In prim. Euclidis libr. comment., 64^{16}—68^{6} Friedlein = Test. 15) zu Eudoxos' bzw. zu Platons Schülern gerechnet werden. Dazu s. u. 194f. — Daß gerade die Grundlagen der Στοιχεῖα in der Akademie gelegt wurden, ist nahezu opinio communis, ohne daß aber diese häufig vertretene These konkret expliziert wird; cfr. E. Hoppe, Mathematik und Astronomie im klassischen Altertum, Heidelberg 1911, 164: ,Nach zwei Richtungen hin ist also Platon ein Vorläufer der gegenwärtigen Bestrebungen ..., zweitens

daß Platon derartigen Untersuchungen teilnahmslos gegenübergestanden hätte[24]; es darf daher damit gerechnet werden, daß sich in den Dialogen Spuren der erregenden Entdeckung der Unbeweisbarkeit des 5. αἴτημα finden — Spuren, die möglicherweise jedoch nicht explizit, sondern nur verschleiert das Problem andeuten. —

In der Mitte des platonischen Hauptwerks finden sich jene drei bekannten Gleichnisse, in deren Mitte wiederum das Liniengleichnis (Pol. 509dff.) steht[25]: schon durch die Stellung ist also gerade dieses als das eigentlich bedeutendste gekennzeichnet, als der Kern der ‚Politeia'. Sokrates fordert an dieser Stelle Glaukon auf, gedanklich eine (vertikale) Linie zu teilen, deren oberer Teil das Gebiet des Denkbaren (νοητοῦ γένους, 509d 2), deren unterer das des Sichtbaren (ὁρατοῦ, 509d 3) repräsentiere, und dann beide Strecken noch einmal zu teilen (und zwar jeweils im Verhältnis der ersten Teilung): innerhalb des Bereichs des Sichtbaren stelle der unterste Abschnitt die Abbilder, der obere die sinnliche Welt dar. Die Teilung des Denkbaren (τὴν τοῦ νοητοῦ τομήν, 510b 2) — auf die es hier ankommt — entspricht dem Verhältnis von Philosophie und Mathematik, die sich durch verschiedene Erkenntnisvermögen unterscheiden: der νοῦς leitet die philosophische Vernunft-, die διάνοια die mathematische Verstandeserkenntnis, die zwischen νοῦς und sinnlicher δόξα vermittelt (διάνοιαν δὲ καλεῖν μοι δοκεῖς τὴν τῶν γεωμετρικῶν τε καὶ τὴν τῶν τοιούτων ἕξιν ἀλλ' οὐ νοῦν, ὡς μεταξύ τι δόξης τε καὶ νοῦ τὴν διά-

---

durch systematische Untersuchung der Bedingungen, welche der Mathematik, besonders der Geometrie zugrunde liegen ... von seinen Zeitgenossen und Nachfolgern hat keiner diese Idee weiterzuschieben verstanden, in erster Linie gilt dies von Aristoteles, der wohl sammelte, aber nicht entwickelte'; F. Solmsen, Die Entwicklung der aristotelischen Logik und Rhetorik, Berlin 1929, 117: ‚Wir sind jetzt in der glücklichen Lage, beweisen zu können, daß die Axiome nirgendwo anders als in der platonischen Akademie und bei den dort unter Platons Einfluß forschenden Mathematikern herauspräpariert worden sind'; K. Gaiser, op. cit., 304: ‚... daß durch das philosophische, auf allgemeinste Seinsprinzipien gerichtete Denken Platons der Prozeß der Systematisierung des mathematischen Wissens produktiv beeinflußt und zum ersten Male sicher ins Bewußtsein gehoben wurde' — ‚die einzelnen Theoreme möglichst vollständig und lückenlos auf einfache und selbstevidente Axiome zurückzuführen' (a. O.; selbst-evident sind freilich die Axiome für Platon gerade nicht!).

[24] Cfr. Mugler, op. cit., 145: ‚le terme de παράλληλοι est attesté pour la prèmiere fois chez Aristote, mais il est probable qu'il était en usage déjà dans l'academie ... L'intérêt de Platon pour cette question touchante les fondements de la géométrie devait être au contraire très grand. La théorie des parallèles a reçu sa forme définitive par Euclide. Mais avant que le grand Alexandrin finît par reconnaître l'avantage de la fonder sur un postulat indémontrable au lieu d'en faire un théorème démontrable au moyen d'un autre postulat admis consciemment ou inconsciemment ... il se passait un siècle d'expériences, de vaines tentatives et de cercles vicieux autour des parallèles, et ces recherches remontent à l'école de Platon'; 149: ‚Cet examen des citations d'Aristote relatives aux parallèles ... nous montre que les géomètres de l'académie s'occupaient d'une façon intense et méthodique du problème du parallélisme, et il est impossible que Platon, qui était partout ailleurs l'instigateur des recherches concernant les fondements de la géométrie et aboutissant aux définitiones et aux postulats d'Euclide, soit resté étranger à ces méditations.'

[25] Wie E. A. Wyller, Der späte Platon, Hamburg 1970, für fast alle Spätdialoge hat zeigen können, befindet sich der ὀμφαλός des jeweiligen Werkes meist ziemlich genau in der Mitte (z. B. das αὐτὸ τἀκριβές 284d 2 im ‚Politikos').

νοιαν οὖσαν, 511d 2ff.). Das explizite γεωμετρικῶν — dem erst nachträglich καὶ ... τῶν τοιούτων hinzugefügt wird (511d 3) — sowie die Betonung darauf, daß diese Wissenschaft Bilder benützen müsse (510b 3ff., d 5ff.), obwohl sie von dem Viereck an sich und der Diagonale an sich (510d 7f.) handle, zeigen zur Genüge, daß von den mathematischen Wissenschaften eigentlich im Blickpunkt die Geometrie steht. Was unterscheidet nun diese von der Dialektik? Sie geht von Voraussetzungen aus (die aus sinnlichen Bildern geschöpft sind: εἰκόσιν χρωμένη ψυχὴ ζητεῖν ἀναγκάζεται ἐξ ὑποθέσεων: 510b 4f.), die sie nicht weiter hinterfragt (οὐδένα λόγον οὔτε αὑτοῖς οὔτε ἄλλοις ἔτι ἀξιοῦσι περὶ αὐτῶν διδόναι ὡς παντὶ φανερῶν, 510c 6ff.; der Gedanke wird wiederholt 533b/c, wo es sogar heißt, daß bei nicht geklärter ἀρχή die Mathematik nicht ἐπιστήμη heißen könne[26]), als ob diese ὑποθέσεις jedem deutlich seien: Entscheidend ist das ὡς, das im Gegensatz zu ἅτε eine bloß subjektive Meinung, nicht einen objektiven Sachverhalt ausdrückt. Unter ὑπόθεσις versteht Platon etwa im ‚Menon' (86e ff.) den Ausgangspunkt einer geometrischen Deduktion, in diesem Zusammenhang offensichtlich eine absolute, nicht weiter zurückführbare mathematische Grundvoraussetzung, ein Axiom (cfr. Def. 415b: ‚ὑπόθεσις ἀρχὴ ἀναπόδεικτος'). Bemerkenswert ist, daß für Platon diese Voraussetzungen nicht selbstverständlich sind, wie die Mathematiker (gemeint ist wohl: die Großzahl von ihnen) fälschlich glauben (ἀξιοῦσι, 510c 7), sondern einer Begründung bedürfen, die offensichtlich die Mathematik selbst nicht leisten kann, es sei denn mit Berufung auf die Anschauung, was aber ihrem eigenen Anspruch zuwiderläuft, von Figuren an sich zu handeln. Da Platon kein Skeptiker ist und ihm gerade die Mathematik als Vergewisserungs-, als Modellbereich der Erkenntnis gilt (wie Gaiser, op. cit., für viele Einzelprobleme gezeigt hat), ist es ein sehr auffallendes und selbst einer Erklärung bedürftiges Phänomen, daß für ihn die Mathematik nicht aus sich heraus letztbegründet ist. Woran denkt also Platon, wenn er von nicht in sich selbstverständlichen ὑποθέσεις spricht? Es wurde die These vertreten, daß Platon damit geometrische Grundbegriffe meine (wegen 510c 3ff.)[27]; aber es ist kaum glaublich, daß Platon die in den Ὅροι des 1. Buches

---

[26] Auf diese Stelle nimmt Mugler, op. cit., 29 Bezug, wenn er schreibt: ‚Entrevoyait-il dans son esprit, en anticipant les idées audacieuses des Gauss, Riemann, H. Poincaré, la possibilité d'une géométrie absolue indépendante des hypothèses physiques et de la part de contingence entraînée par ces dernières?'

[27] So etwa, um nur ein Beispiel zu nennen, H. G. Zekl, Der Parmenides. Untersuchungen über innere Einheit, Zielsetzung und begriffliches Verfahren eines platonischen Dialogs, Marburg 1971, 202: ‚Im Bereich der hypothesis-Wissenschaften ... geht der Weg von der hypothesis — man möchte hierbei an die mathematischen Axiome denken, aber die Illustrierung (510c) zeigt, daß eher an die mathematischen Grundbegriffe gedacht ist —, deduktiv nach unten.' Dagegen heißt es, wenn auch sehr vorsichtig, bei H. Stachowiak, Rationalismus im Ursprung. Die Genesis des axiomatischen Denkens, Wien/New York 1971, 103: ‚Wie immer dem sei: auch die vorsichtigste Interpretation der angeführten platonischen Texte wird die Annahme, daß Platon die den mathematischen Beweisen zugrunde liegenden Sätze in den Kreis der philosophisch abzusichernden Erkenntnis einbezogen wissen wollte, nicht als gänzlich unbegründet und unwahrscheinlich von der Hand weisen können.'

Euklids angeführten Definitionen (die großenteils tatsächlich auf die Akademie zurückgehen) für von der Mathematik selbst nicht aufstellbar[28] und eine philosophische Hilfe diesbezüglich für derartig konstitutiv erachtet hätte, daß er sie im Ὄμφαλος der ‚Politeia‘ erwähnt hätte. Dagegen spricht auch der Gebrauch des Wortes ‚ὑπόθεσις‘, das im ‚Menon‘ ein Theorem mit der Funktion eines Ausgangspunktes bezeichnet (s. o.) und bei Aristoteles im Zusammenhang einer antieuklidischen Stelle mit ἀρχή, also geometrischem Axiom (Eth. Eud. 1222b 39ff., s. S. 184), gleichgesetzt wird: ‚ὥσπερ γὰρ ταῖς θεωρητικαῖς αἱ ὑποθέσεις ἀρχαί ...‘ (Eth. Eud. 1227b 29)[29].

Es muß daher versucht werden, unter ὑπόθεσις ein Axiom zu verstehen, in dem aber die 510c 3ff. erwähnten Begriffe eine Rolle spielen: ich greife zunächst die abschließend erwähnten γωνιῶν τριττὰ εἴδη heraus. Erinnert man sich nun, daß bei Aristoteles der Winkelsummensatz mehrfach als Axiom aufgeführt wird (diese Funktion kann er ja als dem Parallelenpostulat äquivalent haben; cfr. MM 1187a 37ff., 1189b 10ff., Eth. Eud. 1222b 39ff., 1227b 29ff. — an. pr. 66a 14f. wird die Äquivalenz der Hypothese des stumpfen Winkels mit dem Sich-Schneiden der Parallelen ausgesprochen), gewinnt die Stelle im Liniengleichnis einen plötzlich klar werdenden Sinn: Die Frage nach der Winkelsumme (und damit nach dem Wesen) des Dreiecks — so meint wohl Platon — kann mit mathematischen Mitteln allein nicht gelöst werden — hier stößt die analytische Methode an ihre absolute Grenze —, es sei denn mit Zuhilfenahme der Anschauung[30]: dies jedoch ist eine Hilfe, die für Platon einen zu hohen Preis kostet: den Verlust der Wissenschaftlichkeit der Geometrie[31]. Wie kann aber das Winkelsummentheorem von einer bloßen

---

[28] Für Eukl. I Def. 10—12 braucht man gewiß nicht platonische Philosophie studiert zu haben.

[29] Die Kenntnis der unbeweisbaren ἀρχαί stammt übrigens auch für Aristoteles — ebenso wie für Platon — aus dem νοῦς: ‚οὐδὲ νοῦς (λέγω γὰρ νοῦν ἀρχὴν ἐπιστήμης) οὐδ᾽ ἐπιστήμη ἀναπόδεικτος‘ (an. post. 88b 36f.); ‚λείπεται νοῦν εἶναι τῶν ἀρχῶν‘ (Eth. Nic. 1141a 8); freilich hat der νοῦς-Begriff bei Aristoteles eine wesentlich weitere Bedeutung.

[30] Cfr. 510d 5ff. — Das euklidische Parallelenpostulat und das entsprechende Winkelsummentheorem scheinen ja ‚anschaulicher‘ zu sein als die entgegengesetzten hyperbolischen bzw. elliptischen Sätze.

[31] Bei der Diskussion des 5. αἴτημα heißt es bei Proklos, op. cit., 192^{26-30}: ‘εἰ δὲ καὶ οἱ διαμφισβητοῦντες λόγοι πρὸς τὴν σύμπτωσιν πολὺ τὸ πληκτικὸν ἔχοιεν, πῶς οὐχὶ πολλῷ πλέον ἂν τὸ πιθανὸν τοῦτο καὶ τὸ ἄλογον ἐκβάλλοιμεν τῆς ἡμετέρας παραδοχῆς;‘ Es wird also hier — ganz platonisch — gegen die ‚Evidenz‘ der Anschauung beim Parallelenpostulat vorgegangen und die Möglichkeit des hyperbolischen Axioms nicht a priori ausgeschlossen (Proklos versucht später, das 5. αἴπημα — auf fehlerhafte Art — zu beweisen; dies ist übrigens merkwürdig, da Proklos bei seiner glänzenden Interpretation des Liniengleichnisses [29^{14}—32^{20}] ganz platonisch die Mathematik als ὑπόθεσις-Wissenschaft von der Philosophie absetzt). Kurz vor der zitierten Stelle ($192^{11\,\mathrm{ff.}}$) beruft sich Proklos auch expressis verbis auf Platon, Phd. 92d (Übs. von Schleiermacher: ‚Denn diese letztere [sc. Rede] ist mir ohne allen Beweis gekommen, nur aus einer gewissen Wahrscheinlichkeit und Angemessenheit [ἄνευ ἀποδείξεως μετὰ εἰκότος τινὸς καὶ εὐπρεπείας] ... ich weiß aber, daß die Reden, die sich nur durch einen solchen Schein bewähren, leere Prahler sind, und wenn man sich nicht wohl mit ihnen vorsieht, einen gar leicht betrügen, in der Meßkunst [ἐν γεωμετρίᾳ] und in allen anderen‘); die Stelle kann, braucht aber nicht in denselben Zusammenhang gestellt zu werden wie das Liniengleichnis. Ähnlich auch Tht. 162ef.

ὑπόθεσις zu einem wahren Satz werden, wenn auf Anschauung verzichtet werden soll? Die γεωμετρία, die zwischen νοῦς und δόξα sich befindet (511d 5), kann sich ja — wenn nicht an die unter ihr befindliche δόξα — so doch an den ihr übergeordneten νοῦς wenden, an die platonische Dialektik: diese wird ihr zur Begründung helfen. Wie Platon sich diese konstitutive Hilfe der Philosophie für die Mathematik gedacht hat, können wir aus den Zeugnissen über die esoterische Lehre Platons erschließen.

Platon hat seinen Prinzipiendualismus von ἕν und ἀόριστος δυάς nicht nur auf Ethik, Natur- und Geschichtsphilosophie ‚anzuwenden' versucht, sondern — wie besonders Gaiser gezeigt hat — auch auf die Mathematik: In dieser sollten jene ontologischen Strukturen aufgewiesen werden, die sich in der ganzen Wirklichkeit spiegeln[32]. Ein Beispiel dafür ist die Zurückführung der Winkelformen auf die Prinzipien: der eine rechte Winkel entspricht dem In-Sich-Gleichen, der Gegensatz der beliebig größer und kleiner werdenden spitzen und stumpfen Winkel dem Binnengegensatz des zweiten Prinzips, des μέγα-μικρόν.

Die Anspielungen auf diese für Platons Esoterik belegte Reduktion (cfr. Proklos, op. cit., 131^{21} bis 132^{17}. 133^{20}—134^{1} = Test. 37 bei Gaiser) hat Ž. Marković gesammelt (Platons Theorie über das Eine und die unbestimmte Zweiheit und ihre Spuren in der griechischen Mathematik, in: Zur Geschichte der griechischen Mathematik, hg. von O. Becker, Darmstadt 1965, 308—318): schon Aristoteles erwähnt Met. 1084b 7ff. die ontologische Priorität des rechten Winkels (καὶ ἔστι μὲν ὡς ἡ ὀρθὴ προτέρα τῆς ὀξείας, ὅτι ὥρισται καὶ τῷ λόγῳ ...), ‚andererseits werden in den Problemen des Aristoteles die spitzen und die stumpfen Winkel in unmittelbaren Zusammenhang mit der unbestimmten Zweiheit der hohen und tiefen Töne gebracht' (310; zitiert wird 918a 19ff.); in Herons ‚Definitiones' (in: Opera IV, ed. Heiberg) wird der rechte Winkel mit dem Einen und dem νῦν parallelisiert (26—28; cfr. auch 116—118, 148—150), bei Theon von Smyrna, Darlegung der Mathematik (ed. E. Hiller, $101^{2f.}$) heißt der rechte Winkel ‚ὡρισμένη καὶ ἐξ ἴσου καὶ ὁμοίου συνεστῶσα', bei Jamblich, In Nicom. Arithm. (ed. Pistelli, 43^{27}—44^{2}) und Proklos, loc. cit. sowie $172^{18f.}$ (τὸ μέτρον[33] ἀπολαβοῦσα τῶν γωνιῶν τὸ μήτε ἐπίτασιν μήτε ἄνεσιν ἐπιδεχόμενον) wird das Problem ebenfalls ausgeführt. Hinzuzufügen wäre noch eine bei Marković fehlende Stelle: Nicolaus Cusanus, De beryllo, cap. 8/9, wo vom stumpfen und spitzen Winkel gesagt wird, sie könnten immer stumpfer und spitzer werden (cfr. auch De ven. sap. cap. 7, n. 18, wo diese eigene Stelle zitiert wird); zu Hegel cfr. Anmerkung 32.

Die zahlreichen Stellen belegen zur Genüge, daß der Gedanke in der akademischen Esoterik eine bedeutende Rolle gespielt haben muß: Er wäre sonst schwerlich noch in der Spätantike so oft betont worden.

---

[32] Diese Art ‚spekulativer Mathematik' findet sich besonders häufig bei den neuplatonischen Kommentatoren (z. B. Proklos), bei Nicolaus Cusanus und in Spuren noch bei Hegel — cfr. z. B. Wissenschaft der Logik, Sämtliche Werke (ed. H. Glockner), Stuttgart—Bad Cannstatt 1964, Bd. 5, 310: die Überführung des Rechtecks auf das Quadrat entspreche ‚einer Gleichung zwischen dem sich selbst Gleichen, dem Quadrat, mit dem in sich Ungleichen, dem Rechteck' (zu diesem platonischen Gedanken cfr. Gaiser, op. cit., 53f.); den rechten Winkel parallelisiert Hegel a. O. ‚dem sich selbst Gleichen'; die Inkommensurabilität schließlich erklärt Hegel 314 in einer Platon sehr ähnlichen Weise (dazu s. Gaiser, op. cit., 58). Ganz platonisch ist es auch, daß Hegel ebenfalls den axiomatischen Charakter des Parallelenpostulats und seine Unbeweisbarkeit mit mathematischen Mitteln behauptet (306f.).

[33] Zur Maßfunktion des rechten Winkels cfr. Euklid I, Def. 10—12.

Es liegt nun nahe, dieses Fragment zur platonischen Vorlesung Περὶ τἀγαθοῦ mit Pol. 510c zu verbinden (so Gaiser, op. cit., 512 und Marković, op. cit., 310): aus dieser Verbindung resultiert allerdings ein anderer Anspruch dieser esoterischen Reduktion als in den anderen mathematischen Beispielen; es geht hier nicht bloß darum, Kategoriales in mathematischen Begriffen aufzuzeigen (was einem Mathematiker gleichgültig sein könnte), sondern durch die Ontologie die euklidische Geometrie erst als wahre Wissenschaft zu prinzipiieren[34].

In anderen Worten: Platon scheint im Liniengleichnis auf ein Verdienst seiner Prinzipienlehre in einer großen mathematischen Grundlagenkrisis anzuspielen. In der auf die Erkenntnis der Unbeweisbarkeit, also des hypothetischen Charakters des 5. αἴτημα bzw. des Winkelsummensatzes folgenden Verzweiflung an der Begründbarkeit von Mathematik (die wir schon wegen Aristoteles in diese Zeit setzen dürfen) wird — so können wir annehmen — der Versuch gemacht worden sein, sich auf die Anschauung zu berufen, was als unwissenschaftlich abgewiesen zu haben wohl Platons Verdienst ist. In dieser Krisis wird Platon ferner aus ontologischen Gründen für die euklidische Geometrie plädiert haben: in dieser Geometrie spiele der rechte Winkel diejenige Rolle des Maßes der σχήματα (510c 4)[35], die ihm nicht aus mathematischen Gründen, sondern aufgrund der Prinzipienlehre zukommen muß[36]. Platons Option für die euklidische Geometrie ist also eine

[34] Cfr. Gaiser, op. cit., 304: ‚letztlich sind es nach platonischer Auffassung notwendigerweise die allgemeinen Seinsprinzipien selbst, die auch die mathematischen Phänomene und Gesetzmäßigkeiten konstituieren' (Hervorhebung von mir; leider fehlt eine genauere Ausführung); 305: ‚da sie (sc. die Mathematik) ihrem Wesen nach von ontologischen Voraussetzungen, die nicht mehr mathematisch faßbar sind, abhängig ist.'

[35] Damit klärt sich auch der Sinn von σχήματα: Die geometrischen Figuren ändern sich natürlich je nach Gültigkeit des Winkelsummentheorems, werden daher ebensosehr mit vorausgesetzt. — Das τό τε περιττὸν καὶ τὸ ἄρτιον setze ich in Beziehung zur Erzeugung der Zahlen aus ἕν und ἀόριστος δυάς (cfr. Test. 32 [§§ 276f.], Test. 60; Parm. 142bff. [bes. 144a] und M. Suhr, Platons Kritik an den Eleaten, Hamburg 1969, 36ff. und 52f.): in der Arithmetik sollte die platonische Prinzipienlehre den Beweis für die Existenz von Zahlen liefern; Parm. 144a (‚glaubst du, daß irgendeine Zahl übrig bleibt, welche nicht notwendig sein muß?', Übs. von Schleiermacher) erinnert nicht von ungefähr im Vollständigkeitsanspruch an das — freilich viel komplexere — 5. Peanoaxiom. — Von einer ontologischen Begründung (die in der modernen Mathematik allerdings keine Entsprechung findet) kann man auch bezüglich Platons Lehre von den unteilbaren Linien sprechen (cfr. Gaiser, op. cit., 158ff.).

[36] Es wäre denkbar, daß die hyperbolische Geometrie von Platon auch wegen ihrer unendlich vielen Parallelen zur ἀόριστος δυάς geschlagen worden ist. — Wie Mugler richtig betont, ist die euklidische Geometrie auch der in ihr bestehenden Ähnlichkeit der Figuren wegen dem griechischen Geiste am verwandtesten — nur dürfte eine Reflexion darauf nicht stattgefunden haben (op. cit., 132f.: ‚Mais les propriétés géométriques dont il se sert principalement nous montrent que la géométrie euclidienne était la plus adéquate au génie constructeur des Grecs. Nous pouvons en effet constater que les propriétés auxquelles le Démiurge fait appel sont précisément celles qui caractérisent l'espace euclidien: il se propose de faire de la similitude un principe d'ordre, et nous savons que seul l'espace euclidien admet des figures semblables, au point que certains géomètres modernes [Mugler denkt an John Wallis] ont proposé le postulat de l'existence de figures semblabes [sic!] comme équivalent du 5e postulat d'Euclide.').

ontologische: Dieser Option, mag man sie werten wie man will[37], verdanken wir wahrscheinlich die Euklidizität der bis ins letzte Jahrhundert ausgebildeten Geometrie.

Platons Wissen um die mathematische Möglichkeit dem euklidischen entgegengesetzter geometrischer Systeme belegt wohl auch der in unmittelbarer Nachbarschaft zur ,Politeia' entstandene ,Kratylos'[38]:

Auf Sokrates' Frage, ob nicht der heraklitisierende δημιουργὸς τῶν ὀνομάτων sich bei der Schaffung der Namen geirrt haben könnte, entgegnet Kratylos, dies sei unmöglich, da sonst nicht alles so zusammenstimmen würde (οὐ γὰρ ἄν ποτε οὕτω σύμφωνα ἦν αὐτῷ ἅπαντα, 436c 4). Darauf erwidert Sokrates (Übs. von Schleiermacher): ,Mit dieser Verteidigung, mein guter Kratylos, ist es nun wohl nichts. Denn wenn der Vorbildner, nachdem er sich zuerst geirrt, hernach alles andere nach diesem ersten eingerichtet und genötigt hat, damit übereinzustimmen (συμφωνεῖν): so ist es wohl kein Wunder, wie bei Figuren (διαγραμμάτων: die Übersetzung ist falsch; διαγράμματα heißt geometrische Beweisfolge[39]) bisweilen, auch der erste nur ein kleiner und unmerklicher Fehler ist (σμικροῦ καὶ ἀδήλου ψεύδους; ψεῦδος heißt bei Platon jedoch noch nicht ,Fehler' [wie etwa dann bei Aristoteles ,Trugschluß'], sondern ,falsche Aussage'), wenn alles übrige gar viele, was aus dem ersten folgt, unter sich übereinstimmt (ὁμολογεῖν, eigentlich ,konsistent sein')'. Ich übersetze nun den letzten Satz verbessert und sinngemäß: ,so ist es wohl kein Wunder, wie bei einer geometrischen Beweisfolge bisweilen auch der erste Satz der Beweisfolge [das kann ein Axiom sein] eine nur auf kleine und unmerkliche Weise falsche Annahme ist, wenn alles übrige, was aus dem ersten folgt, unter sich konsistent ist.'

Neben der Terminologie spricht am meisten dafür, daß es sich bei dem Text um eine Anspielung auf die relative Konsistenz antieuklidischer Systeme handle, die Tatsache, daß die für die griechischen Mathematiker maßgebliche reductio ad absurdum, das apagogische Verfahren also, hier — wie ex silentio anzunehmen ist — ausgeschlossen wird. Die Deduktionen führen nicht zu evidenten Absurditäten, die auf die Falschheit der Prämisse schließen ließen — das gilt aber nur

[37] Bei einer gerechten Wertung dieser uns merkwürdig erscheinenden Konstruktion ist immerhin zu bedenken, daß Platon moderner als etwa Kant ist, insofern er auf eine Begründung der Axiome aus der Anschauung nicht nur verzichtet, sondern diese betont ablehnt. Cfr. auch R. Robinson, Plato's Earlier Dialectic, Oxford ²1953, 156: 'They (sc. the ὑποθέσεις) were, plain to all' or παντὶ φανερά in the physical sense of being there to see in the geometer's sand. In geometry the appeal to spatial intuition and the claim that one's postulates are certainties go together. Plato's contemporaries accepted both. Plato and the twentieth century reject both.'

[38] Der ,Kratylos' ist bekanntlich der einzige platonische Dialog, dessen Datierung vor oder nach der ,Politeia' strittig geblieben ist. Aus den bei K. Gaiser, Name und Sache in Platons ,Kratylos', Heidelberg 1974 angeführten Gründen möchte ich mich jedoch mit ihm (97) mit Vorbehalten für eine Spätdatierung entscheiden.

[39] S. Tóth, Zur Entwicklung der Terminologie für Beweis ..., op. cit.; eines der Hauptergebnisse dieser terminologischen Forschungen ist, daß das logische Triplett συλλογίζεσθαι — συλλογισμός — παραλογισμός in γράφειν — διάγραμμα — ψευδογραφεῖν sein geometrisches Pendant hat.

dann, wenn die Prämisse axiomatischen Charakter hat, d. h., wenn es sich um ein bewußt konstruiertes — antieuklidisches — System handelt, dessen Falschheit mit mathematisch-logischen Mitteln nicht auszumachen ist — wohl aber mit der ontologischen Prinzipienschau, wie ex analogia aus der folgenden Behandlung der Sprache zu schließen ist: Ihr Anspruch, als parmenideische oder herakliteische die wahre zu sein, kann auf innersprachliche Weise ebensowenig entschieden werden wie der Wahrheitsanspruch der euklidischen und nicht-euklidischen Geometrie auf mathematische: ‚Wenn also die Wörter in Streit geraten und die einen sagen, sie selbst wären die der Wahrheit ähnlichen, die anderen aber, sie, wodurch sollten wir es nun entscheiden oder mit Rücksicht worauf? Doch wohl nicht wieder auf andere Wörter als diese? Denn es gibt ja keine. Sondern offenbar muß etwas anderes aufgesucht werden als Wörter, was uns ohne Wörter offenbaren kann, welche von diesen beiden die richtigsten sind, indem es uns nämlich das Wesen der Dinge (τὴν ἀλήθειαν τῶν ὄντων) zeigt.‘ (438d, Übs. von Schleiermacher).

Das mögliche Argument gegen diese Interpretation, der Verweis nämlich auf das ‚σμικροῦ καὶ ἀδήλου‘ (436d 2f.), das ein bewußt antieuklidisches Konstruieren auszuschließen scheint, kann entschärft werden: es paßt zu Platons ironisch-allusivem Stil nur zu gut, jenes Problem, das die zweite Grundlagenkrise der griechischen Mathematik hervorgerufen hat[40], nachträglich als klein und unmerklich zu bezeichnen[41].

Daß die beiden eben behandelten Stellen so wenig explizit sind und das Problem nur andeuten, das — wie ich hoffe gezeigt zu haben — jedoch vorausgesetzt werden muß, um sie zu verstehen, darf nicht überraschen: Wie seit den Tübinger Arbeiten zur Esoterik unbezweifelbar ist, hat Platon seinen sein Denken wohl schon seit dem ‚Protagoras‘ durchziehenden ontologischen Grundentwurf nicht veröffentlicht (zu den Gründen s. Ep. VII 340bff.[42], Phr. 275cff. und Krämer, op. cit., 393ff.) und an entscheidenden Stellen in den Dialogen die Fluchtlinien seiner Argumentation nur skizziert bzw. explizite erklärt, es werde etwas zurückgehalten (cfr. Krämer, op. cit. 389ff.), so etwa im Sonnengleichnis (506e) und in den das Liniengleichnis einleitenden Bemerkungen (509c), die ausreichend belegen, daß das Folgende aus sich heraus zum mindesten nicht vollständig verstanden werden kann; 510b bekennt auch Glaukon, das Gesagte nicht zur Genüge begriffen zu haben (wenn 511d 6 Sokrates Glaukon volles Verständnis bescheinigt, so bezieht er sich auf die von 511c 3 ein-

---

[40] Die erste ist die pythagoreische Entdeckung des Irrationalen, das erst Eudoxos in den Griff bekommen hat. Diese beiden Krisen vergleicht schon Mugler, op. cit., 330 (zitiert oben Anm. 9).

[41] Crat. 436d ist übrigens schon von Tóth in nicht-euklidischem Zusammenhang zitiert worden (Geometria more ethico, op. cit., 400), freilich ohne näher interpretiert worden zu sein.

[42] Den siebenten Brief halte ich — gegen H. Cherniss, The Riddle of the Early Academy, Berkeley/Los Angeles 1945, 13; G. Müller, Die Philosophie im pseudoplatonischen 7. Brief (in: Archiv für Philosophie 3, 1949, 251—276); L. Edelstein, Plato's Seventh Letter, Leiden 1966 — mit der Großzahl der Forscher (Pohlenz, Aus Platos Werdezeit, Berlin 1913, 113ff.; Wilamowitz; J. Stenzel, Über den Aufbau der Erkenntnis im 7. platonischen Brief [in: Sokrates, Zeitschrift für das Gymnasialwesen, Berlin 1921, 63—84]; H. Patzer, Mitteilbarkeit der Erkenntnis und Philosophie [in: Archiv für Philosophie 5, 1954, 19—36]; Krämer, op. cit., 401; Gaiser, Platons ungeschriebene Lehre, op. cit., 452; K. v. Fritz, Schriften zur griechischen Logik, Bd. I, Stuttgart 1978, 175—213) für echt. Eher unentschieden bezüglich der Echtheitsfrage übrigens J. Irmscher in seiner Einleitung zu: Platon, Briefe, Berlin 1960, 7 und 49.

geleitete, das Formale betreffende Zusammenfassung). Bezüglich der Verschleierung der antieuklidischen Krisis hat Platon außerdem noch besonders gewichtige Gründe (der Wahrheitsanspruch der Mathematik sollte wohl nicht von sophistischen Skeptikern [cfr. DK 80B 7, evtl. auch DK 68B 155], die Platons ontologischen Überbau ablehnen, aber die antieuklidische Hypothese dankbar aufgreifen, lächerlich gemacht werden) sowie unmittelbare Vorgänger: Die Entdeckung der Irrationalität (cfr. Anm. 40) soll bekanntlich nur durch eine streng von den Göttern bestrafte Indiskretion an die Öffentlichkeit gedrungen sein (cfr. DK 18.4 und Pappus [Abû ʿOthmân al-Damashkî], In decim. Euclidis Elem. libr. comment. I 1/2, S. 63/64 Junge-Thomson [Harvard Semitic Series 8, 1930 = Test. 20]) — in dieser pythagoreischen Tradition steht Platon; und nur die beiläufigen Hinweise des Aristoteles und deren Auswertung durch Tóth ermöglichen uns heute Einblicke in die mathematischen Grundlagendiskussionen der Akademie, in denen logisch sehr anspruchsvolle Erkenntnisse — besonders was die strenge Methodologie des geometrischen Beweises betrifft — entwickelt wurden, die sehr bald vergessen und deren Niveau erst im letzten Jahrhundert wieder erreicht wurde.

Tóth hatte angenommen, daß die antieuklidischen Sätze aus dem Corpus Aristotelicum aus dem Kreis um Eudoxos stammen (396f.), und hatte besonders Menaichmos und Theudios vorgeschlagen (Das Parallelenproblem ..., op. cit., 410). Sind die obigen Stellen richtig interpretiert worden, ist es aber aus chronologischen Gründen unmöglich, daß die Unbeweisbarkeit des Parallelenpostulats erst von Eudoxos angenommen wurde. (Es bleibt freilich denkbar, daß einzelne Sätze — wie etwa die Äquivalenz von Inkommensurabilität und Euklidizität — von ihm bewiesen wurden; es ist sogar wahrscheinlich, daß der ursprüngliche Ansatz längere Zeit weiterverfolgt bzw. vertieft wurde.) Denn da die ‚Politeia' um ‚374 oder wenig später' erschienen ist (U. v. Wilamowitz-Moellendorff, Platon, Berlin 1919, I308; O. Gigon [in: Platon. Der Staat, Zürich—München 1974, 10] möchte ‚ungern unter die Zeit der Katastrophe von Leuktra 372 v. Chr. hinabgehen'), Eudoxos aber wohl um 400 geboren ist und man seine mathematischen Entdeckungen schwerlich in seine erste Zeit in Athen verlegen möchte, er aber erst 368 nach Athen wieder zurückgekehrt ist, Menaichmos als sein Schüler bezeichnet wird (Proklos, zit. Anm. 23 = Test. 15) und Theudios gar der Generation des Aristoteles angehört (so K. v. Fritz, in: RE VI A1, 244ff. in Auswertung des Berichts bei Proklos [loc. cit. = Test. 15]), kommen diese Mathematiker für Resultate aus der Zeit der ‚Politeia' noch nicht in Frage[43]. Wer aber plausiblerweise für diese antieuklidischen Untersuchungen in Anspruch genommen werden kann, ist der mit Platon ‚mindestens etwa gleichaltrig(e)' Leodamas von Thasios (die Altersangabe erschließt K. v. Fritz [in: RE, Suppl. VII 371ff.] m. E. nicht unbedingt zwingend, da der Abstand Lehrer—Schüler u. U. ziemlich klein angesetzt werden kann, so daß Leodamas durchaus jünger sein könnte), von dem sowohl Diogenes Laërtios (III 24 [= Test 18b]: ‚καὶ πρῶτος τὸν κατὰ τὴν ἀνάλυσιν τῆς ζητήσεως τρόπον εἰσηγήσατο [sc. Πλάτων] Λεωδάμαντι τῷ Θασίῳ') als auch Proklos (op. cit., 211^{18}—212^{4} [= Test. 18a]; cfr. auch Test. 17: ἐγενήθ(η) γὰρ καὶ ἡ ἀνάλυσις)

[43] Die eudoxische Leistung setzt übrigens ein sicher nicht bescheideneres Niveau des Sinnes für strenge Beweise voraus als die Einsicht in die Möglichkeit antieuklidischer Möglichkeiten; auch im 19. Jh. ist Dedekind später als Bolyai.

schreiben, daß er durch Platon dazu angeregt worden sei, (als erster) die analytische Methode zu benutzen. ‚In der Version des Diog. Laert. ist damit offenbar zugleich gemeint, daß Platon die analytische Methode erfunden habe' (K. v. Fritz, loc. cit., den ich im folgenden referiere) — dies kann aber schlüssig zurückgewiesen werden, da Platon Men. 86eff. schon das analytische Verfahren erwähnt (ὥσπερ οἱ γεωμέτραι πολλάκις σκοποῦνται, 86e 4f.) und es schon für Hippokrates von Chios und wahrscheinlich sogar für Oinopides (cfr. RE, XVII, 2267ff.: Artikel ‚Oinopides' von K. v. Fritz) belegt ist bzw. vorausgesetzt werden muß. ‚Doch schließt dies nicht aus, daß Platon hier wie in anderen Fällen auf die besondere Wichtigkeit und Fruchtbarkeit einer Methode aufmerksam gemacht und auf die Ausdehnung ihrer Anwendung gedrängt hat. Auch mag er dazu beigetragen haben, daß eine bis dahin mehr oder minder praktisch angewendete Methode sorgfältig auf ihre theoretischen Grundlagen, auf ihre Ausdehnung und ihre Grenzen hin untersucht wurde' (K. v. Fritz, loc. cit.), d. h. aber, daß Leodamas auf Platons Drängen hin bis zu den Axiomen vorgestoßen sein muß (denn dies kann es ja nur bedeuten, die analytische Methode bis zu ihren Grenzen zu entwickeln). Insofern kann auch das πρῶτος aus Favorin—Diogenes Laërtios einen Sinn geben: Mit Platon und Leodamas ist zum ersten Male die analytische Methode bis zu ihrem Endpunkt, d. h. bis zu den Axiomen, vorgedrungen. Diese antike Notiz belegt, glaube ich, zwingend Platons Interesse an den Grundlagen der Geometrie und stützt die vorgetragene These, daß es sich bei dem Liniengleichnis um eine ontologische Auswertung der von Leodamas auf Platons Anregung hin betriebenen Forschungen handelt, die wohl zu der Einsicht in die Unbeweisbarkeit des 5. Postulats und zu den fragmentarischen Entwicklungen antieuklidischer Systeme geführt haben, die wir bei Aristoteles finden[44].

Schon Gaiser, op. cit., 468, hat übrigens einen Zusammenhang zwischen den axiomatischen Untersuchungen des Leodamas und der platonischen Noësis gesehen, ohne leider den Gedanken auszuführen: ‚Ein entscheidend wichtiges philosophisches Problem liegt dabei in der Frage, wie die Voraussetzungen (ἀρχαί, ὑποθέσεις), die nach dem analytischen Verfahren als mathematische Axiome und Elemente oder darüber hinaus als allgemeine Formprinzipien gelten können, ihrerseits ontologisch überprüft und mit unmittelbarer Sicherheit erkannt werden können, d. h.: wie die analytisch-hypothetische Methode mit der noëtischen Intuition oder Anamnesis zu verbinden ist' (cfr. auch S. 425).

Abschließend sei noch eine sich aus vorliegender Arbeit ergebende Interpretation des 4. Postulats Euklids von der Gleichheit aller rechten Winkel vorgetragen, dessen Funktion bekanntlich problematisch ist. C. Thaer schr ibt in den Anmerkungen zu seiner Übersetzung (Darmstadt 1975, 419): ‚Nimmt man dies [eine von Zeuthen selber später zurückgezogene These zur Eindeutigkeit der Streckenverlängerung] nicht an, so ist die Einordnung dieses Satzes unter die Postulate

[44] Im Zusammenhang mit diesen Grundlagenarbeiten dürfen wohl auch Leons Forschungen zur Determination gesehen werden (zu Leon s. den Artikel von Orinsky RE, Suppl. VI, 222).

schwer zu rechtfertigen'; Th. Heath (The Thirteen Books of Euclid's Elements, New York ²1956, Vol. I, 200) gibt eine sehr modernistische und deswegen kaum plausible Deutung: 'and hence his postulate must be taken as equivalent to the principle of invariability of figures or its equivalent, the homogeneity of space' (cfr. aber 201, wo der Bezug zum 5. Postulat zu Recht betont wird: 'As to the raison d'être and the place of Post. 4 one thing is quite certain. It was essential from Euclid's point of view that it should come before Post. 5, since the condition in the latter that a certain pair of angles are together less than two right angles would be useless unless it were first made clear that right angles are angles of determinate and invariable magnitude'), während m. E. das 4. nichts anderes ist als ein Relikt der platonischen ontologischen Rechtfertigung des 5. Axioms: Weil der rechte Winkel ein einziger ist (während es unendlich viele spitze bzw. stumpfe gibt), kommt es nur denjenigen Geraden zu, bei denen eine sie schneidende Gerade bewirkt, daß die innen auf derselben Seite entstehenden Winkel zusammen gleich 2R sind, parallel zu sein — und damit dem Dreieck, eine Winkelsumme von 2R zu haben[45].

Fassen wir zusammen: Ausgehend von Tóths Forschungen zu antieuklidischen Topoi bei Aristoteles, die beweisen, daß dieser den axiomatischen Charakter des 5. αἴτημα erkannt und eine Entscheidung darüber letztlich als Sache der Freiheit angesehen hat[46], wurde — nach apriorischen Erwägungen zur Herkunft der aristotelischen Informationen aus der Akademie — folgende Interpretation des Liniengleichnisses und einer ‚Kratylos'-Stelle vorgeschlagen (die durch Bemerkungen zur Esoterik bei Platon und zu seinem Verhältnis zu Leodamas' analytischer Methode gestützt wurden, in deren Lichte schließlich für das 4. αἴτημα Euklids eine neue Erklärung zur Diskussion gestellt werden konnte): Aufgrund von Untersuchungen, die Platon anregte, gelangte wohl Leodamas zu der Einsicht in die mangelnde Stringenz des bisherigen Beweises von Eucl. I29 und zur Überzeugung von der Notwendigkeit, die entsprechende Lücke durch ein unbeweis-

---

[45] Die ontologische Auszeichnung des rechten Winkels aus Platons ungeschriebener Lehre erwähnt bezeichnenderweise auch Proklos bei der Besprechung des 4. Postulats (op. cit., 188^{12-15}: ‚ἡ τῶν ὀρθῶν ἰσότης μονάδος δὲ ἔχουσα λόγον ἢ ὅρον πρὸς τὴν ἐπ' ἄπειρον αὔξησιν καὶ ἐλάττωσιν τῶν ἐφ' ἑκατέρα γωνιῶν ἴση ἐστὶ πρὸς πᾶσαν ὀρθήν' sowie 191^{5-11}). Schon Marković (op. cit., 311) fordert daher auf, ‚auch das vierte Postulat des ersten Buches von Euklid, welches die Gleichheit aller rechten Winkel fordert, im Rahmen dieser Theorie zu betrachten: das Postulat erscheint in diesem Lichte als eines ihrer Überbleibsel'; freilich sieht Marković nicht dessen Bedeutung für das 5. αἴτημα.

[46] Aristoteles' liberalere Haltung gegenüber den nicht-euklidischen Geometrien ist sicher auch ein Produkt der Verlegenheit: da er im allgemeinen eine ontologische Fundierung der Mathematik ablehnt (cfr. den Übergang von Metaph. K7 zu E1 und etwa Gaiser, op. cit., 317 ff.), verscherzt er die Möglichkeit einer ontologischen Option für die Euklidizität, und so bleibt ihm nur zuzugestehen, daß über das Problem ‚νῦν δ' οὔτε μὴ λέγειν οὔτε λέγειν ἀκριβῶς οἷόν τε πλὴν τοσοῦτον' (Eth. Eud. 1222b 38f.). — Seine Parallelisierung Ethik—Geometrie dürfte übrigens ebenfalls platonischen Ursprungs sein — nur daß bei diesem beide ontologisch begründet waren (cfr. Proklos, op. cit., 131^{12}—132^{17}. 133^{20}—134^{1} [= Test. 37]: dort rechter Winkel mit der ἀρετή verglichen).

bares Axiom zu füllen, was die Geometrie in eine radikale Grundlagenkrisis stürzte, in der der Rekurs auf die Anschauung eine nicht unbeträchtliche Rolle gespielt zu haben scheint. Es dürfte Platons Leistung gewesen sein, in dieser schwierigen Lage auf einen strengen, auf Anschauung verzichtenden (und insofern sehr modernen) Geometriebegriff insistiert[47] und die Krise durch eine ontologische Konstruktion[48] beseitigt zu haben: die euklidische Geometrie als ,die Geometrie des rechten Winkels' ist die ontologisch wahre. In diesem Lichte ist es wahrscheinlich, daß verantwortlich für den Zusammenbruch antieuklidischer Ansätze[49] bis zur Wiederbelebung im 18. und 19. Jahrhundert Platon war. Die euklidische Geometrie wäre daher füglich platonische Geometrie zu nennen[50].

Eberhard-Karls-Universität
Philosophisches Seminar
7400 Tübingen / BRD

---

[47] Cfr. Epin. 990d (Kritik an der Unzulänglichkeit des Namens γεω-μετρία) sowie Plut., Vit. Marc. 14,5/6, p. 305E (=Test. 21b) und Quaest. conviv. VIII 2,1 p. 718E/F (= Test. 21a): Platon lehnt die Anwendung mechanischer Hilfsmittel in der Geometrie ab.

[48] Zur Beziehung Mathematik—Dialektik cfr. auch Euthyd. 290c: die Mathematiker können mit ihren Ergebnissen selbst nichts anfangen (χρῆσθαι) und geben diese an die Ontologen weiter.

[49] Und damit für eine erst in diesem Jahrhundert revolutionierte Philosophie der Mathematik; man denke nur an Descartes' genius malignus, der schon die akademischen Mathematiker vor Platons Lösungsvorschlag — auf viel prinzipiellerer Ebene — beunruhigt haben muß (cfr. Pol. 533b8f.: ὡς ὀνειρώττουσι μὲν περὶ τὸ ὄν).

[50] Dieses Resultat weicht also wesentlich ab von Á. Szabó, Anfänge des Euklidischen Axiomensystems (in: Zur Geschichte der griechischen Mathematik, op. cit., 355—461), der in dieser seiner wichtigen und grundlegenden Arbeit — nach den Ergebnissen vorliegenden Aufsatzes — die Bedeutung Platons für die Ausbildung des Euklidischen Axiomensystems entschieden zu niedrig angesetzt hat (cfr. besonders 454f.).