Metaphysik und Religion

Im Gedenken an Jens Halfwassen

Herausgegeben von

Tobias Dangel und Markus Gabriel

Mohr Siebeck

Tobias Dangel ist Privatdozent am Philosophischen Seminar der Universität Heidelberg und Bürgermeister der Gemeinde Wilhelmsfeld.

Markus Gabriel ist Professor für Erkenntnistheorie, Philosophie der Neuzeit und Gegenwart an der Universität Bonn und Academic Director des New Institute in Hamburg.

ISBN 978-3-16-158318-6 / eISBN 978-3-16-162244-1
DOI 10.1628/978-3-16-162244-1

ISSN 2191-6683 / eISSN 2568-6615 (Collegium Metaphysicum)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten über *http://dnb.dnb.de* abrufbar.

Das Buch wurde von Gulde Druck in Tübingen gesetzt, auf alterungsbeständiges Werkdruckpapier gedruckt und von der Buchbinderei Spinner in Ottersweier gebunden.

Printed in Germany.

Die Philosophie der Mathematik im Neuplatonismus

Vittorio Hösle

Ein Gebiet der Philosophie, in dem die Neuplatoniker bedeutende Originalität beanspruchen können, ist die Philosophie der Mathematik. Dies ist aus historischen wie auch aus systematischen Gründen kaum verwunderlich. Denn als Wiederbelebung des Platonismus konnte der Neuplatonismus weder die entscheidende Bedeutung ignorieren, die Platon in der *Politeia* der mathematischen Ausbildung im Bildungsgang der Philosophenkönige zuschrieb (522b8–531d4; vgl. *Nom.* 817e5–822d3), noch konnte er Platons eigene subtile Philosophie der Mathematik, die ihren prägnantesten Ausdruck im Liniengleichnis findet, außer Acht lassen. Tatsächlich wussten zumindest einige Neuplatoniker, wie viel von Euklids *Elementen* seinen Ursprung in jenen mathematischen Arbeiten hatte, die noch zu Platons Lebzeiten in der Akademie geleistet worden waren. Darüber hinaus ist zu bedenken, dass der Neuplatonismus nicht einfach eine erneuerte Form des Platonismus ist, sondern ebenso auch auf anderen Denkschulen aufbaut. Während Porphyrios zum Beispiel Platonismus und Aristotelismus zu verschmelzen suchte, strebte sein Schüler Jamblich explizit nach einer Synthese des Platonismus mit dem Pythagoreismus, dessen Verbindung zur Mathematik geradezu sprichwörtlich ist. Speziell diese Synthese lag aus mehreren Gründen nahe. Schließlich war Platon selbst durch die Pythagoreer beeinflusst. Ebenso hatte schon die Alte Akademie mit der Verehrung des Pythagoras begonnen und später, vermutlich im zweiten oder ersten Jahrhundert v. Chr., setzte darüber hinaus eine umfangreiche Produktion pythagoreischer Pseudoepigraphika und anonymer Texte ein.[1] Eudoros von Alexandria und Moderatos von Gades entwickelten im ersten Jahrhundert v. bzw. im ersten Jahrhundert n. Chr. eine dezidiert neupythagoreische Philosophie. Während Moderatos jedoch Platon und Aristoteles noch jede Originalität absprach und sie gar des Plagiats an Pythagoras bezichtigte,[2] konnten spätere Autoren Pythagoras und Platon als gleichrangig ansehen. Somit kann Numenios (spätes zweites Jahrhundert n. Chr.) sowohl als Neupythagoreer wie auch als Mittelplatoniker, der in gewissem Sinne als Vorgänger der Neuplatoniker gelten kann, charakterisiert werden. In jedem Fall hatten die Metaphysik des Mittelplatonis-

---

[1] Die Texte sind zusammengestellt bei Holger Thesleff, *The Pythagorean Texts of the Hellenistic Period*, Åbo 1965.

[2] Porphyrios, *Vita Pythagorae*, 53.

mus und sogar Ansätze aus der Alten Akademie einen beträchtlichen Einfluss auf den Neupythagoreismus,[3] wobei dieser im Gegenzug den Neuplatonismus beeinflusste: Eine scharfe Grenzziehung zwischen beiden Bewegungen ist folglich kaum möglich.[4] Nikomachos von Gerasa (erstes und zweites Jahrhundert n. Chr.) war zum Beispiel als spezifisch neupythagoreische Autorität anerkannt, während seine *Einführung in die Arithmetik* (= *EA*) mehrere Mittelplatoniker wie auch Neuplatoniker inspirierte: Sowohl Apuleius als auch Boethius fertigten lateinische Übersetzungen dieses Werkes an. Im Gegenzug schrieb der Platoniker Theon von Smyrna, ein Zeitgenosse des Nikomachos, eine *Einführung in die für das Verständnis Platons nützliche Mathematik*, aus der uns nur die Abschnitte zur Arithmetik, Musiktheorie und Astronomie erhalten sind. Ob er darüber hinaus auch Abschnitte zu Geometrie und Stereometrie anfertigte, ist unklar. Dabei sind die thematischen Überschneidungen zwischen Theons Behandlung der Arithmetik und Nikomachos' *EA* äußerst auffällig und wohl auf eine gemeinsame Quelle zurückzuführen.[5]

Doch der Hinweis auf Einflüsse erklärt selten viel, schließlich sind Philosophen vielen Einflüssen ausgesetzt und sie entscheiden selbst, welche davon sie zur Wirkung kommen lassen. Die Neupythagoreer und Platons Philosophie der Mathematik waren für die Neuplatoniker vor allem deshalb attraktiv, weil sie vollkommen zu Recht spürten, dass – wie schon Platon vor ihnen erkannt hatte – die spezifische Ontologie mathematischer Objekte und die epistemologische Natur mathematischen Wissens starke Argumente gegen eine materialistische Metaphysik und eine empiristische Epistemologie, wie sie für die Philosophien des Hellenismus charakteristisch sind, bereithalten. Zwar teilten die Neuplatoniker, und insbesondere Plotin, zweifelsohne den Wunsch aller hellenistischen Philosophen, eine innere Unabhängigkeit von der Welt, eine Unerschütterlichkeit der Seele, zu erreichen.[6] Aber sie waren überzeugt, dass dies nur möglich sei, wenn man eine ontologische Unabhängigkeit des Geistes und der Seele von der Materie sicherstellte, die weder für die Epikureer noch für die Stoiker denkbar war.[7] Da die Anerkennung des irreduziblen Status der Seele und des Geistes

---

[3] Vgl. Hans Joachim Krämer, *Der Ursprung der Geistmetaphysik. Untersuchungen zur Geschichte des Platonismus zwischen Platon und Plotin*, Amsterdam 1964, 23 ff., 45 ff.

[4] John Dillon hat die Neupythagoreer aus diesem Grund vollkommen zu Recht in sein meisterhaftes Überblickswerk *The Middle Platonists: 80 BC to AD 220*, Ithaca 1996 mit aufgenommen.

[5] Während Nikomachos' Darstellung hinsichtlich der Anordnung des Materials überlegen ist, finden sich einige interessante Theoreme ausschließlich bei Theon, wie schon James Gow anmerkte (*A Short History of Greek Mathematics*, Cambridge 1884, 95 f.). Vgl. 35.17–36.2 in Hillers Edition für den Sachverhalt, dass entweder m^2 oder m^2-1 durch 3 und dass entweder m^2 oder m^2-1 durch 4 teilbar ist, sowie 42.10–45.8 über Seiten- und Diagonalzahlen als Annäherungen an $\sqrt{2}$.

[6] Vgl. Plotin, *Enn.* I 4 [46] 7.45–47 Henri-Schwyzer. Plotin erkennt jedoch, dass etwas erstrebt wird, weil es gut ist, und nicht andersherum (VI 7 [38] 25.16–18 und 27.26–27).

[7] Vgl. *Enn.* III 1 [3] 4.20–28, 5.15–24, 7.13–24, wo explizit bemerkt wird, dass der moral-

durch eine Reflexion auf das Wesen der Mathematik erleichtert werden kann, wird diese Disziplin selbst von jenen Philosophen praktiziert, denen entsprechendes mathematisches Talent abgeht. Im Folgenden möchte ich, erstens, eine kurze Übersicht über die Hauptwerke der Neuplatoniker auf dem Gebiet der Philosophie der Mathematik geben (I). Zweitens möchte ich jene Grundgedanken herausarbeiten, die in mehreren dieser Texte zu finden sind, und dabei gegebenenfalls auf begriffliche Variationen hinweisen (II). Zuletzt werde ich einige Aspekte des mathematisch kompetentesten und philosophisch geistreichsten Werkes der neuplatonischen Philosophie der Mathematik, Proklos' *Kommentar zum ersten Buch der Elemente Euklids* (= *KEBEE*), herausstellen (III).[8]

I.

Beginnen wir mit Plotin, der gemeinhin als Begründer des Neuplatonismus angesehen wird (da sein Lehrer Ammonios Sakkas nichts publiziert hat). Nur einer seiner Traktate, Über die Zahlen (*Enn.* VI 6), ist exklusiv zentralen Kernthemen der Philosophie der Mathematik gewidmet, nämlich dem Wesen des Unendlichen und dem ontologischen Status der Zahlen.[9] Dennoch verweist Plotin gelegentlich auf allgemeine und spezifische Probleme in der Philosophie der Mathematik und macht regen Gebrauch von mathematischen Figuren zur Symbolisierung metaphysischer Beziehungen. Zwei Merkmale bestimmen Plotins Zugang zur Mathematik: Zum einen distanziert sich Plotin von der Lei-

---

philosophische Slogan der Stoiker (*eph' hēmin*) durch ihren Determinismus konterkariert wird (später scheint Plotin jedoch anzuerkennen, dass selbst böse Taten Teil des göttlichen Plans sind: IV 3 [27] 16.15–25). Vgl. auch III 6 [26] 3.27–35 gegen die Ansicht, dass die Seele denselben kausalen Beeinflussungen unterworfen ist wie der Körper. Wissen ist nicht dasselbe wie Affiziert-Werden: IV 4 [28] 23.22 und IV 6 [41] 2.6–9. Plotin bestreitet, dass Geist aus der Wechselwirkung von Körpern hervorgehen kann (IV 7 [2] 2.16–19) und beharrt darauf, dass die ontologische und die axiologische Ordnung einander korrespondieren müssen; der Geist muss der Seele und der Natur deshalb vorausgehen (IV 7 [2] 8^3.9–11). Wenn der Geist nicht in der Lage wäre, sich selbst ein entsprechendes Sein zuzuschreiben, wie könnte er dann behaupten, die Wahrheit zu erfassen? (VI 1 [42] 28.21–25 und 29.25–36).

[8] Angesichts seines Umfangs und seiner Wichtigkeit ist dieses Werk immer noch viel zu selten Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchungen. Eine neuere Analyse hat Markus Schmitz, *Euklids Geometrie und ihre mathematiktheoretische Grundlegung in der neuplatonischen Philosophie des Proklos*, Würzburg 1997 vorgelegt.

[9] Ich kann mich im Vorliegenden nicht im Detail mit der Struktur dieses komplexen und schwierigen Werkes befassen, sondern muss mich auf eine Auswahl zentraler Ideen beschränken. Zwei neuere Monographien sind: Christoph Horn, *Plotin über Sein, Zahl und Einheit*, Stuttgart/Leipzig 1995 und Svetla Slaveva-Griffin, *Plotinus on Number*, Oxford 2009. Wie Aristoteles lehnt auch Plotin das aktual Unendliche ab – es gehört nur zu uns, die wir zählen (*Enn.* VI 6 [34] 18.1–3). Proklos teilt diese Ablehnung des aktual Unendlichen und fügt das wichtige Argument hinzu, dass es im Falle seiner Existenz verschiedene unendliche Mengen gäbe (*KEBEE* 158.1–16 Friedlein). Dieses Problem, das kein anderer erhaltener Text vor Proklos jemals aufgeworfen hat, konnte erst Georg Cantor lösen.

denschaft für die Numerologie, die die neupythagoreischen Werke durchdringt und die durch den Ansatz geprägt ist, bestimmte Zahlen als symbolische Ausdrucksformen realweltlicher Strukturen zu interpretieren. Diese Ablehnung spricht für die Klarheit seines Denkens. Zum anderen ist jedoch recht deutlich, dass Plotin – anders als Proklos oder Marinos (der einen Kommentar zu Euklids *Data* verfasst hat) – nicht über eine detailgenaue mathematische Ausbildung verfügte, wie selbst Porphyrius am Ende seiner lobenden Bemerkungen in seiner hagiographischen *Vita Plotini* bestätigt.[10] Zum Beispiel verwirft Plotin in seiner einzigen Abhandlung im Bereich der angewandten Mathematik, *Über das Sehen, oder warum entfernte Objekte klein erscheinen* (II 8), fälschlicherweise die Theorie, die schon in der vierten Definition von Euklids *Optik* formuliert wird und nach der die erscheinende Größe eines Objekts vom Blickwinkel abhängt, den das gesehene Objekt am Auge bestreicht, um stattdessen die Theorie des Aristoteles vorzuziehen, der zufolge wir primär Farben und nur beiläufig Größen sehen.[11]

Während Porphyrios' einzige Abhandlungen mathematischen Inhalts seine *Vita des Pythagoras* und sein *Kommentar zur Harmonielehre des Ptolemaios* sind, verdanken wir Jamblich die umfassendste Behandlung einer mathematischen Interpretation der Welt, die von pythagoreischen Prinzipien ausgeht. Das Werk Über den *Pythagoreismus* bestand ursprünglich aus neun oder zehn Büchern, von denen uns nur die ersten vier erhalten sind.[12] Der Titel des ersten Buches sollte jedoch nicht mit *Das Leben des Pythagoras*, sondern eher mit *Über die pythagoreische Lebensweise* übersetzt werden, auch wenn es ebenfalls einen legendenartigen Bericht zu Pythagoras' Leben bietet. Das Hauptanliegen des ersten Buches besteht jedoch darin, anhand von Pythagoras, als dem vollkommenen Weisen, das Idealbild für ein Verhalten zu zeichnen, das von allen erdenklichen Tugenden geprägt ist, und somit zu betonen, dass Philosophie primär eine Lebensform ist.[13] Das zweite Buch, der *Aufruf zur Philosophie*, baut

---

[10] *Vita Plotini*, 14.7–10: „Kein geometrisches oder arithmetisches, kein mechanisches, optisches oder musiktheoretisches Theorem entging ihm; aber er selbst war nicht dafür ausgebildet, diese Themen im Detail zu untersuchen." [Anm. des Übers.: Alle Übersetzungen aus dem Altgriechischen stammen vom Übersetzer.]

[11] *Enn.* II 8 [35] 2. Vgl. IV 5 [29], wo Plotin die Notwendigkeit eines Mediums für das Sehen und Hören zugunsten einer Theorie der universellen Sympathie ablehnt.

[12] In der Antike wurde auf das Werk durch drei unterschiedliche Titel verwiesen (*Über die pythagoreische Schule; Sammlung der pythagoreischen Lehren*; *Pythagoreische Kommentare*). Ich stimme Dominic O'Meara zu, dass der erste Titel am wahrscheinlichsten der originale Titel des Autors ist (*Pythagoras Revived. Mathematics and Philosophy in Late Antiquity*, Oxford 1989, 32ff.). Ausschlaggebend hierfür ist das Inhaltsverzeichnis (*pinax*) am Beginn des Manuskriptes, das leider nicht in die kritische Edition des ersten Buches von Ludwig Deubner aufgenommen ist. Ich verdanke dem gelehrten Werk von O'Meara viel. Die einzige moderne Ausgabe, die den griechischen Text aller vier erhaltenen Bücher (zusammen mit einer italienischen Übersetzung und einer Einführung von Francesco Romano) enthält, ist Giamblico, *Summa Pitagorica*, Milano 2006.

[13] So lesen wir in ÜAMW: „Denn Pythagoras nahm an, dass man die Philosophie der Ma-

auf einer alten Textgattung auf, die mindestens bis zu Aristoteles zurückreicht, und spricht über die Philosophie im Allgemeinen. Das dritte und philosophisch interessanteste Buch, *Über die allgemeine mathematische Wissenschaft* (= ÜAMW), ist hingegen eine spezifische Einführung in das Wesen mathematischer Objekte und des mathematischen Denkens sowie die Relevanz beider als Ausgangspunkt für genuin philosophische Einsichten. Der Ausdruck „allgemeine mathematische Wissenschaft" bezieht sich dabei auf eine allen mathematischen Disziplinen gemeinsame Denkweise vor ihrer Ausdifferenzierung in jene vier Teilbereiche, die die platonische Tradition anerkannte: Arithmetik, Geometrie, Musiktheorie und Astronomie. Tatsächlich waren das vierte, das achte, das neunte und – falls es je geschrieben wurde – auch das zehnte Buch Einführungen in diese Einzeldisziplinen. Das Inhaltsverzeichnis erwähnt das 10. Buch nicht, aber da Jamblich es am Ende des vierten Buches ankündigt, war es – ob tatsächlich vollendet oder nicht – sicherlich Teil des Plans. Wovon aber handelten die Bücher fünf bis sieben? Sie beinhalteten Ausarbeitungen der im vierten Buch dargelegten philosophischen Arithmetik, die durch Nikomachus' zuvor genannte *EA* eher angeregt sind, als dass sie einen textnahen Kommentar zu diesem Werk darstellen. Jamblich schreibt:

> Und dies soll nun für uns im Augenblick das Ende der *Einführung* nach Nikomachos, dem Pythagoreer, sein. Ein anderes Mal aber werden wir dir, so Gott will, genau diese *Arithmetische Einführung* noch vollendeter machen und geben, weil du jetzt durch sie die Fähigkeit erworben hast, (solchen Ausführungen) zu folgen. Und zusammen werden wir geordnet erforschen, was alles bei den Zahlen von der Monade bis zur Zehnzahl gemäß der physikalischen, der ethischen und darüber hinaus gemäß der theologischen Ordnung noch Weiteres erscheint, damit dir hiervon ausgehend die Vermittlung der drei folgenden Einführungen – ich meine in die Musiktheorie, die Geometrie und die Astronomie – einfacher und sehr leicht fällt.[14]

Die Bücher, die sich den physikalischen, ethischen und theologischen Aspekten der Zahlen widmen, können zum Teil rekonstruiert werden, da der byzantinische Gelehrte Michael Psellos Exzerpte von ihnen anfertigte.[15] Zudem besitzen wir mit der *Theologie der Arithmetik* ein Jamblich zugeschriebenes Werk, das vielleicht, obgleich es sicher unecht ist, die Kerngedanken des siebten Buches von Jamblichs Werk *Über den Pythagoreismus* zusammenfasst. Darüber hinaus basiert es auf einem titelgleichen Werk des Nikomachos (das uns nur durch eine Zusammenfassung des Photios erhalten ist) und auf dem erhaltenen kurzen Werk des Anatolios *Über die Dekade*, das den Eigenschaften der ersten zehn

thematik nicht mit jedem teilen sollte, sondern nur mit jenen, mit denen man sein ganzes Leben geteilt hat." (Festa/Klein 74.23–26)

[14] *Über die Einführung des Nikomachos in die Arithmetik* (= ÜENA) 125, 14–25 Pistelli. Die Tatsache, dass – anders als im *pinax* – die Musiktheorie vor der Geometrie genannt wird, beruht auf zwei Möglichkeiten der Ordnung des Quadriviums, auf die ich gleich zurückkommen werde.

[15] Text und englische Übersetzung finden sich bei O'Meara, *Pythagoras Revived*, 217 ff.

Zahlen gewidmet ist. Letzterer ist wohl mit dem Lehrer Jamblichs und ebenso mit jenem Bischof von Laodikeia zu identifizieren, der die verlorenen *Einführungen in die Arithmetik* schrieb.

Zwei Grundgedanken müssen hier besonders hervorgehoben werden. Zum einen ist es angesichts der Struktur des Gesamtwerkes evident, dass Jamblich, obwohl er auf eine Exposition aller vier mathematischen Disziplinen zielt, die Arithmetik eindeutig privilegiert, da sich nicht weniger als vier Bücher ausschließlich mit ihr beschäftigen. Dies steht sicherlich mit der Überzeugung von Jamblich und Nikomachos in Verbindung, wonach die Arithmetik die fundamentalste mathematische Disziplin darstellt. Zweitens ist es wichtig zu bemerken, dass vieles in der neupathygoreischen Arithmetik kaum etwas mit dem zu tun hat, was wir heute als Mathematik anerkennen. Für Nikomachos und Jamblich jedoch schließen sich Zahlentheorie und Numerologie ebenso wenig gegenseitig aus, wie sich Astronomie und Astrologie für Ptolemaios ausschlossen, der bekanntlich ebenso den *Almagest* wie die *Tetrabiblos* schrieb.[16] Die neupythagoreischen Werke, die sich mit den ersten zehn Zahlen beschäftigen, beschränken sich dementsprechend nicht auf die Diskussion der (individuellen und allgemeinen) mathematischen Eigenschaften dieser Zahlen, sondern führen ebenso außermathematische Strukturen an, auf welche sie symbolisch verweisen, und zudem erwähnen sie verschiedene Entitäten, die in solchen Zahlenmengen existieren. In der pseudo-jamblicheischen *Theologie der Arithmetik* lesen wir beispielsweise zu Beginn des Abschnitts über die Zahl 5, in Übereinstimmung mit Anatolios, dass diese Zahl „Hochzeit" genannt wird, weil sie der Summe der ersten geraden und der ersten ungeraden Zahl, 2 und 3 (die für das weibliche und das männliche Prinzip stehen), entspricht. Weiterhin erwähnt der Autor, dass jede Potenz von 5 mit 5 endet (wie etwa 25, 125 usw.), dass es fünf platonische Körper und fünf Planeten gibt (Sonne und Mond nicht mitgezählt) und dass das Quadrat von 5 das erste Quadrat darstellt, das der Summe von zwei Quadraten entspricht.[17] Numerologischer Volksglaube, intrinsische Eigenschaften der Zahlen und Fakten über ihre Instanziierung in empirischen oder geometrischen Objekten wechseln sich offensichtlich ohne irgendeine Rücksicht auf ihren unterschiedlichen epistemischen Status ab. Darüber hinaus ist besonders störend, dass selbst dann, wenn interessante mathematische Eigenschaften genannt werden, sich nicht einmal der Versuch eines Beweises findet.

Nikomachos *EA* und Jamblichs IV. Buch sind demgegenüber weit überlegene Arbeiten. Sie geben einen Überblick über viele interessante arithmetische Ideen,

[16] Die gekünstelte Unterteilung des plotinischen Gesamtwerkes in 6 × 9 Traktate durch Porphyrios ist ebenfalls durch solche numerologischen Überlegungen motiviert (*Vita Plotini* 24.11–14). Es wäre sogar möglich, dass die Abhandlung über die Zahlen absichtlich die Zahl VI 6 erhalten hat, da 6 die erste vollkommene Zahl ist (eine Zahl ist vollkommen, wenn sie die Summe ihrer Teiler, ausschließlich ihrer selbst, ist).

[17] 5.24, p. 30.17–31.10 De Falco/Klein.

wie zum Beispiel eine Klassifizierung der natürlichen Zahlen, eine Ergänzung zu Euklids Begriff der vollkommenen Zahl durch die Begriffe der defizienten und der abundanten Zahl, eine Lehre von den figurierten Zahlen (d.h. Zahlen, die, wie beispielsweise Dreieckzahlen, durch diskrete reguläre geometrische Muster dargestellt werden können) und eine Theorie der Proportionen.[18] Bei Nikomachos finden wir erstmals das Theorem, dass die dritte Potenz von n der Summe von n jeweils aufeinanderfolgenden ungeraden natürlichen Zahlen entspricht ($1 = 1^3$; $3 + 5 = 2^3$; $7 + 9 + 11 = 3^3$).[19] Ein Beweis dieses wichtigen ‚Theorems von Nikomachos' fehlt jedoch.[20] Im Allgemeinen ist Nikomachos' Vorgehen nicht deduktiv, sondern induktiv. Und da ihm mathematische Induktion und rein algebraisches Denken unbekannt sind,[21] erfahren seine Sätze niemals einen strengen Beweis. Einige seiner Behauptungen sind sogar falsch, da sie zu starke Verallgemeinerungen von Sätzen darstellen, die nur unter spezifischen Bedingungen zutreffen.[22] Auch wenn man dem Urteil Moritz Cantors zustimmen kann, dass Nikomachos das historische Verdienst gebührt, als erster bekannter Autor ein gesamtes Werk ausschließlich der Arithmetik gewidmet zu haben (während die arithmetischen Bücher VII–IX in Euklids *Elementen* zwischen Planimetrie und Stereometrie geradezu eingekeilt sind),[23] so sorgen doch

---

[18] Innerhalb des Materials, das wir nur bei Jamblich finden, ist das Konzept der befreundeten Zahlen, d.h. von Zahlenpaaren, bei denen die eine Zahl jeweils die Summe der Teiler der jeweils anderen (unter Ausschluss ihrer selbst) ist, nennenswert. Jamblich kennt nur das erste Paar, 220 (die Summe der Teiler beträgt $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$) und 284 (die Summe der Teiler beträgt $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$) (ÜENA, 34.26–35.5). Erst im 9. Jahrhundert fand der sabische Mathematiker Thābit ibn Qurra eine allgemeine Regel, um einige dieser Paare zu erzeugen. Es ist möglich, dass bereits Platon die (in der antiken Mathematik niemals expliziert formulierte) Formel kannte, welche die Anzahl der Teiler einer Zahl angibt; vgl. Hans Rademacher/Otto Toeplitz, *The Enjoyment of Mathematics*, Princeton 1966, 134 mit Verweis auf Platon, *Leg.* 738a2–b1.

[19] *EA* II 20, p. 119.12–18 Hoche.

[20] Die Griechen wussten seit langer Zeit, dass die Summe der ersten n ungeraden Zahlen n^2 entspricht. Folglich müssen wir beweisen, dass $n^3 = a^2 - b^2$ mit $n = a - b$. Teilen wir die erste Gleichung durch n, so erhalten wir $n^2 = a + b$; und da $n = a - b$ gilt, erhalten wir durch Addition und Subtraktion der beiden letzten Gleichungen die Werte für a und b, welche uns die Summen von 1 bis n bzw. von 1 bis $n - 1$ liefern. (Ich danke meinem Sohn, Johannes Hösle, für Hilfe in diesem Zusammenhang.)

[21] Eine vage Annäherung an das Prinzip der mathematischen Induktion, das in der frühen Neuzeit von Maurolico in den *Arithmeticorum libri duo* angedeutet und von Pascal im *Traité du Triangle Arithmetique* klar formuliert wurde, findet sich in Euklid, *Elemente*, IX 8f. und sogar in Platons *Parmenides*; vgl. Fabio Acerbi, „Plato, Parmenides 149a7–c3. A Proof by Complete Induction?", *Archive for History of Exact Sciences* 55 (2000), 57–76. Für arabische Vorläufer vgl. Roshdi Rashed, *The Development of Arabic Mathematics: Between Arithmetic and Algebra*, Dordrecht 1994, 62ff.

[22] Ich erwähne nur II 27, p. 140, 4–8. Ähnlich auch Jamblich, ÜENA 115.4–7. Solche einfachen Fehler unterscheiden Philosophen, die in der Mathematik dilettieren, von echten Mathematikern.

[23] Moritz Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Bd. 1, 3. Aufl., Leipzig 1907, 429.

der Mangel an Axiomatisierung und das Fehlen strenger Beweise für einen gewaltigen Abstand zwischen seinem Werk und Euklids *Elementen*. „Euclid always, Nicomachus never, offers proofs for his propositions."[24]

Aus diesem Grund ist das wichtigste Werk der neuplatonischen Philosophie der Mathematik kein Kommentar zu Nikomachos, sondern ein Kommentar zu Euklid.[25] Proklos plante ursprünglich alle Bücher der *Elemente*[26] zu kommentieren, letztlich gelang es ihm jedoch nur, über das erste Buch zu schreiben. Dieses stellt gleichwohl das philosophisch interessanteste Buch dar, da nur hier Postulate und Axiome angeführt werden (während Definitionen am Beginn vieler Bücher der *Elemente* zu finden sind). Da nur wenige Beweise in den *Elementen* Lücken aufweisen, lehrt uns ein gründliches Studium dieses Werkes (ebenso wie das Studium der Werke von Archimedes, Apollonios und Pappos, die allesamt von Proklos zitiert werden) eine streng logische Analyse, die bei Jamblich fehlt.[27] Zugleich gibt Proklos das spezifisch platonisch-neuplatonische Projekt, mathematische Entitäten und Eigenschaften als Sprungbrett zu metaphysischen Wahrheiten zu nutzen, nicht auf. Faktisch ist der erste Prolog seines Kommentars so nahe an Jamblichs drittem Buch über den Pythagoreismus, dass Proklos beim Schreiben entweder Jamblichs Werk oder eine gemeinsame platonische Quelle genutzt haben muss. Ich ziehe die zweite Hypothese vor, da Proklos Jamblich nicht namentlich erwähnt und Proklos' Text im Vergleich deutlich klarer ist – und obwohl Proklos manches im Text Jamblichs verbessert haben könnte, so sind doch die Struktur wie auch manche Aussagen in Jamblichs Werk so repetitiv und bisweilen sogar verworren, dass ihre Verbesserung weniger wahrscheinlich ist als die Annahme, dass Proklos einen mathematisch kom-

---

[24] Vgl. *Nicomachus of Gerasa, Introduction to Arithmetic*, tr. by Martin Luther D'Ooge, with studies in Greek arithmetic by Frank Egleston Robbins and Louis Charles Karpinski, Ann Arbor 1926, 28. Vgl. auch Bartel Lendert van der Waerden, *Die Pythagoreer*, Zürich/ München 1979, 294–320.

[25] Dies hielt Proklos nicht davon ab, Nikomachos zu bewundern, für dessen Reinkarnation er sich selbst hielt (Marinos, *Vita Procli*, 28). Darüber hinaus war Proklos der Rivale des Domninos von Larissa, eines anderen Schülers von Syrianos, dessen *Handbuch zur Einführung in die Arithmetik* (erstmals 1832 publiziert von Jean François Boissonade und 2013 abermals von Peter Riedlberger ediert) zur Strenge Euklids zurückkehrt und somit Nikomachos' Fehler vermeidet. Vgl. Paul Tannery, „Domninos de Larissa", in: *Mémoires scientifiques*, Bd. 2, Toulouse/Paris 1912, 105–117.

[26] *KEBEE* 272.14, 398.18, 427.10. Vgl. jedoch die Ermüdungserscheinungen 432.9–15.

[27] Dass Jamblich kein Mathematiker war, zeigt sich unter anderem an seiner Bevorzugung der Wahrheit gegenüber dem Scharfsinn der Syllogismen (ÜAMW 62.9–12), an seiner Polemik gegen die zeitgenössische Mathematik (69.24–26), an seiner sicherlich diskussionswürdigen Idee, dass die Relevanz eines Theorems nicht von der Schwierigkeit seiner Lösung abhängt (75.10–25; Jamblich denkt an *Elemente* I 44 und II 14), und an seiner binären Opposition zwischen einer „technischen" Mathematik und einer Mathematik, die durch das Gute und Schöne inspiriert ist (91.3–11). Ich bezweifle, dass er in der Lage war, die Arbeiten seines Zeitgenossen Pappos zu verstehen, den er niemals zitiert und der Jamblichs Arbeiten kaum gemocht haben dürfte, falls er sie kannte.

petenteren Autor – möglicherweise einen Mittelplatoniker – als Quelle benutzt hat. Nicht zuletzt lehren uns ja gerade die Neuplatoniker, dass das Unvollendete seinen Ursprung im Vollendeten hat und nicht umgekehrt.

Der zweite Prolog, der sich spezifisch mit geometrischem Wissen beschäftigt, stellt Proklos' eigenständigsten Beitrag zur Philosophie der Mathematik dar. Nach den Prologen bespricht er ausführlich die Definitionen des ersten Buches. Er nennt sie nicht wie Euklid *horoi*, sondern *hypotheseis*, vermutlich weil er diesen Ausdruck, der mehrfach in Platons Liniengleichnis auftaucht (*Rep.* 509d1–511e5), im Sinne von Definitionen begreift. Im Anschluss untersucht Proklos sowohl die spezifisch geometrischen Postulate (*aitēmata*) und die allgemeineren Axiome (die er mit dem aristotelischen Ausdruck als *axiōmata* bezeichnet, während Euklid den Ausdruck *koinai ennoiai* benutzt). Er kommentiert alle Sätze, wobei ihn insbesondere die Sätze I 27–29 interessieren, in denen Euklid seine Theorie der Parallelen entwickelt. In seiner Diskussion des Parallelenpostulats erreicht Proklos eine bemerkenswerte fachliche Qualität: Er entdeckt den Fehler in Ptolemaios' „Beweis" des Postulats, auch wenn sein eigener „Beweis" von einem aristotelischen Axiom ausgeht, das selbst nur dann gültig ist, wenn das Parallelenpostulat seinerseits bereits vorausgesetzt wird. Trotz seines Mangels an mathematischer Originalität, trotz einiger Fehler im Kommentar[28] und trotz des Tatbestandes, dass auch er die Mathematik „as a handmaid to philosophy"[29] betrachtet, kann Proklos dennoch für sich beanspruchen, der talentierteste Mathematiker unter den Neuplatonikern gewesen zu sein (mit einer möglichen Ausnahme: Hypatia, die Tochter des Theon von Alexandria, die Opfer eines christlichen Mobs wurde; Theon verdanken wir eine Edition Euklids, die bis zu jenem Zeitpunkt den Standard setzte, als François Peyrard das einzige erhaltene Manuskript mit einer prä-Theonischen Version der *Elemente*, den *Vaticanus Graecus* 190, entdeckte). Proklos' erstaunliche Theorie der mathematischen Imagination, seine solide mathematische Kompetenz und sein bemerkenswertes Interesse für die Entwicklung der Disziplin (er bleibt, zusammen mit Pappos und Eutokios, eine der wichtigsten Quellen für die Geschichte der griechischen Mathematik) machen sein Werk zum Höhepunkt der griechischen Philosophie der Mathematik, selbst wenn Proklos als Mathematiker einem Vergleich mit den in der Alten Akademie versammelten Genies, wie Theaitetos, Eudoxos und Menaichmos, nicht standhält.

---

[28] Vgl. z.B. *KEBEE* 368.24–370.10.

[29] *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, translated with introduction and commentary by Thomas Heath, 3 Bde., 2. Aufl., Cambridge 1926, I 30. Das Kapitel zu Proklos und seinen Quellen (I 29–45) in diesem herausragenden Kommentar bleibt unübertroffen.

II.

Im kurzen Traktat Über *die Dialektik*, also über jene Disziplin, die Platoniker wie Neuplatoniker als höchste Disziplin ansahen, schreibt Plotin:

> Man muss (dem Lernenden) die Mathematik vermitteln, um ihn daran zu gewöhnen, genau zu denken und Vertrauen in das Unkörperliche zu bekommen. [...] und nach der Mathematik muss man ihm die Gedankengänge der Dialektik vermitteln und ihn vollständig zu einem Dialektiker machen.[30]

Die Wichtigkeit der mathematischen Schulung kommt hierin sehr gut zum Ausdruck, wobei diese nur als Mittel zum Erreichen des Verständnisses der noch höheren, intelligiblen Welt angesehen wird. Dennoch nennt Plotin explizit die Geometrie als eine jener Wissensformen, die in der intelligiblen Welt existieren.[31]

Nach dieser Bewertung ist Mathematik eine Disziplin, die nur der Philosophie selbst unter-, allen Formen der Wahrnehmung jedoch übergeordnet ist. Verbunden hiermit ist die platonische Theorie[32], dass mathematische Entitäten eine intermediäre Position zwischen den Ideen und den sinnlichen Dingen einnehmen.[33] Sie sind, wie die Ideen, unkörperlich, doch während Letztere unteilbar und notwendigerweise singulär bleiben, sind mathematische Objekte einerseits ausgedehnt und deshalb teilbar sowie andererseits vielfach existent – so zeigen zum Beispiel Problemstellungen, die sich mit Kreisen, die einander schneiden, beschäftigen, dass es mehrere mathematische Kreise gibt. Dennoch sind mathematische Körper selbstverständlich von physischen Körpern, die Widerstand bieten, grundlegend unterschieden.[34] Die Neuplatoniker teilen Platons Auffassung, wonach eine Korrespondenz zwischen ontischen und epistemischen Stufen besteht, sodass wir das, was ontisch höher gelagert ist, besser erfassen können als das, was niedriger gelagert ist.[35] (Die einzige wirkliche Ausnahme ist das Eine, da die Neuplatoniker, selbst wenn die Anfänge der negativen Theologie wahrscheinlich auf Platon zurückreichen,[36] diese doch beträchtlich weiterentwickelt haben.) Mathematisches diskursives Denken (*dianoia*) wird deshalb allen Formen von Wahrnehmung gegenüber als überlegen, im Vergleich zur intuitiven Vernunft (*nous*) jedoch als unterlegen betrachtet. Diese zweite Behauptung ist in unserer heutigen Zeit schwer anzuerkennen, da die

---

[30] *Enn.* I 3 [20] 3.5–10. Die Idee wird ausgeführt bei Jamblich, ÜAMW 55.5–22. Vgl. auch *KEBEE* 84.15–23.

[31] *Enn.* V 9 [5] 11.24 f.

[32] Vgl. Aristoteles, *Metaphysik* 987b14–18.

[33] Jamblich und Proklos beginnen beide mit dieser Überlegung; vgl. ÜAMW 10.17–11.15; *KEBEE* 3.1–5.10.

[34] *Enn.* VI 1 [42] 26.19–22.

[35] Vgl. ÜAMW, 81.7–11.

[36] Vgl. Jens Halfwassen, *Der Aufstieg zum Einen. Untersuchungen zu Platon und Plotin*, Stuttgart 1992.

Überlegenheit wissenschaftlichen Denkens allgemein als selbstverständlich gilt, während die epistemischen Ansprüche der Philosophie als höchst zweifelhaft gelten. Jedoch müssen wir, erstens, bedenken, dass der Triumph der wissenschaftlich-technischen Kultur in der Antike unbekannt war. Außerdem müssen wir, zweitens, in Betracht ziehen, dass es nicht einfach ist, der Philosophie eine gewisse übergeordnete Stellung abzusprechen, da diese Disziplin in ihrem Teilgebiet der Epistemologie überhaupt erst den epistemischen Status aller Disziplinen feststellt. Warum sonst sollten wir irgendeiner Zuschreibung eines epistemischen Status vertrauen – wie etwa des überlegenen Status der Naturwissenschaften? Ein Problem bezüglich der Grenzziehung zwischen *nous* und *dianoia* besteht darin, dass Ersterer oft als unvermittelte, intuitive Erfassung der Prinzipien konzipiert wird, während Letztere immer diskursiv und argumentativ verfährt. Die Neuplatoniker selbst bieten jedoch komplexe Argumente, die an sich betrachtet ganz offenkundig diskursiv sind, obwohl sie zur Philosophie und nicht zur Mathematik gehören. Proklos' *Elemente der Theologie* konkurrieren somit zwar mit Euklids *Elementen* und antizipieren dergestalt Spinozas *Ethica ordine geometrico demonstrata*, aber sein Werk ist dennoch ein philosophisches und kein mathematisches. Möglicherweise ist der offensichtlich bewusste Verzicht auf Axiome zu Beginn ein Zeichen dafür, dass Proklos die hypothetische Verfasstheit vermeiden wollte, die für das mathematische Denken so charakteristisch ist.

Es reicht nicht aus, die Kreise und Zahlen von der Idee des Kreises und den sogenannten idealen Zahlen zu unterscheiden. Denn obwohl Letztere zum Bereich der Ideen und nicht zum Bereich der mathematischen Objekte gehören, sind auch sie abermals durch höhere Prinzipien konstituiert. Der Konstitutionsprozess der grundlegenden Gestalten der mathematischen Objekte spielt eine wichtige Rolle für alle Neuplatoniker. Für Proklos sind die Grenze und das Unbegrenzte universelle generative Prinzipien. Dies gilt sowohl für seinen *Euklid-Kommentar* (5.14–7.12) als auch für die *Elemente der Theologie* (prop. 87–96), wenngleich sich Letztere nicht mit mathematischen Objekten befassen. Nicht nur Proklos spricht von einem „geordneten Hervorgang" (5.22–24), sondern auch Plotin bietet eine klare Darstellung der Genese innerhalb des Intelligiblen von den Grundkategorien bis hinunter zu den mathematischen Objekten: Nach Qualität und Quantität konstituieren Selbigkeit und Andersheit zuerst quantitative Gleichheit und Ungleichheit und aus diesen beiden entstehen dann sowohl regelmäßige Figuren, wie etwa Kreise und Quadrate, als auch Figuren mit ungleichen Seiten. Auch die Quadrat- und Rechteckzahlen sowie die ungeraden und geraden Zahlen entsprechen diesen beiden Kategorien.[37] Diese

[37] *Enn.* VI 2 [43] 21.20–24. Dass *anhomoios* „rechteckig" bedeutet, wird durch Pseudo-Jamblich, *Die Theologie der Arithmetik* 9.58, p. 77.19f. plausibel gemacht. Es ist deutlich weniger wahrscheinlich, dass Plotin hier Euklid, *Elemente* VII def. 21 im Sinn hat.

dichotomischen Unterteilungen der mathematischen Begriffe und ihre letztendliche Rückführung auf zwei einander entgegengesetzte Prinzipien reichen bis zur pythagoreischen Theorie der Systoichien und zu Platons Ungeschriebener Lehre mit ihren zwei Prinzipien des Einen und der Unbestimmten Zweiheit zurück.[38] Proklos nutzt dennoch bisweilen eine dreifache Unterscheidung, wenn er zu Grenze und Unbegrenztem noch die Mischung hinzufügt, wie etwa bei seiner Unterteilung der Linienarten (die jedoch keine Vorarbeit bildete für die später von Descartes entwickelte, streng mathematische Klassifizierung von Kurven anhand ihres Grades). Proklos führt diese Dreiteilung explizit auf Platon zurück.[39]

Die Unterteilung der Mathematik in vier Disziplinen ist allen Neuplatonikern gemeinsam. (Theon betrachtete hingegen, wie schon Platon selbst,[40] die Stereometrie als von der Geometrie unterschieden, doch werden diese beiden Disziplinen normalerweise zu einer einzigen zusammengeführt.) Die erste begriffliche Unterscheidung der Disziplinen entspricht dem Unterschied zwischen diskontinuierlichen Mengen und kontinuierlichen Größen, welche die Gegenstände von Arithmetik und Geometrie bilden. In einem zweiten Schritt werden absolute und relative Quantität sowie ruhende und bewegte Größe voneinander unterschieden, sodass Musiktheorie und Astronomie entstehen.[41] Dies erklärt, warum auf die Arithmetik bisweilen die Musiktheorie und bisweilen die Geometrie folgt – je nachdem, ob dem Aspekt der Diskretheit oder demjenigen der Absolutheit der Vorrang gegeben wird. Die Neuplatoniker sind sich der epistemischen Rangunterschiede der einzelnen Subdisziplinen durchaus bewusst, auch wenn sie nicht in wünschenswerter Klarheit zwischen der Mathematik und einer rudimentären mathematischen Physik unterscheiden: Es findet sich keine scharfe Unterscheidung zwischen Erkenntnissen *a priori* und Erkenntnissen *a posteriori*, sondern ein durchgängiges Kontinuum abnehmender Exaktheit.[42] Aus diesem Grund sehen sowohl die Neupythagoreer als auch die Neuplatoniker die Arithmetik gegenüber der Geometrie als begrifflich vorge-

---

[38] Zu den mathematischen Gehalten von Platons Ungeschriebener Lehre vgl. Konrad Gaiser, *Platons ungeschriebene Lehre*, Stuttgart 1963 und meinen Aufsatz „Zu Platons Philosophie der Zahlen und deren mathematischer und philosophischer Bedeutung", wiederabgedruckt in: Vittorio Hösle, *Platon interpretieren*, Paderborn 2004, 107–143. Plotin erwähnt die *aboristos dyas* – das zweite platonische Prinzip, welches zusammen mit dem Einen, von dem es bestimmt und determiniert wird, die konkreten Zahlen hervorbringt – *Enn.* V 1 [10] 5.4–9. Er vertritt die Position, dass die Zweiheit durch ihre Iteration das Prinzip der Vielfalt ist, in *Enn.* VI 7 [38] 8.23–25; vgl. V 3 [49] 10.37–39. Vgl. weiterhin Proklos, *KEBEE*, 101.13–20.

[39] *KEBEE* 103.21–104.5; 314.16–315.4.

[40] *Rep.* 528a8–b2; vgl. *Leg.* 747a1–5.

[41] Nikomachos *EA* I 2–3; p. 4.13–6.7; Proklos, *KEBEE*, 35.17–36.5. Proklos führt eine weitere Unterteilung der „angewandten Mathematik" an, die sich mit Sinnengegenständen befasst. Diese Unterteilung folgt Geminos (38.1–42.8); da dieser jedoch wahrscheinlich Stoiker und kein Neuplatoniker war, kann diese Unterteilung im Vorliegenden ausgespart bleiben.

[42] Vgl. ÜAMW, 86.6–19; Proklos, *KEBEE*, 34.11–16.

ordnet an. In diesem Sinne schreibt Proklos nicht nur der reinen Mathematik im Vergleich zur angewandten Mathematik, sondern auch der Arithmetik im Vergleich zur Geometrie größere Exaktheit zu.[43] Dies ist angesichts der Stellung der arithmetischen Bücher in Euklids *Elementen* durchaus bemerkenswert. Das Hauptargument für die Verschiebung liegt darin, dass die grundlegenden Begriffe der Geometrie komplexer sind als die grundlegenden Begriffe der Arithmetik – eine Aufhebung der arithmetischen Grundbegriffe würde zugleich die Geometrie zunichte machen, während dies umgekehrt nicht gilt.[44] Für Proklos sind Zahlen immaterieller als geometrische Objekte. Ebenso unterscheidet er den Punkt, das ursprünglichste und erste geometrische Objekt, von der arithmetischen Monade,[45] da der Punkt über eine Lage verfügt und in intelligibler Materie verkörpert ist.[46] Das Konzept intelligibler Materie, das mindestens bis zu Aristoteles zurückreicht, wird von Plotin in *Enneade* II 4 energisch verteidigt. Wir werden noch sehen, wie Proklos dieses Konzept durch seine Theorie der geometrischen Imagination erweitert.[47] Ein weiteres Argument für den Vorrang der Arithmetik besteht darin, dass nur die Geometrie irrationale Größen kennt (Theorien irrationaler Zahlen wurden erst im 19. Jahrhundert entwickelt). Proklos erwähnt in diesem Zusammenhang das ‚äußere und mittlere Verhältnis'[48] – später bekannt als der ‚Goldene Schnitt' –, das vermutlich die erste irrationale Größe war, welche die Pythagoreer entdeckten, und zwar bei ihrer Analyse des regelmäßigen Fünfecks.

Der Vorrang der Arithmetik ändert nichts an der Tatsache, dass sie selbst eine Subdisziplin und nicht jene allgemeine mathematische Wissenschaft ist, der Jamblich das dritte Buch seines *magnum opus* widmet und die auch von Proklos ausführlich diskutiert wird.[49] Sowohl das zweite Buch der *Elemente* mit seiner algebraischen Geometrie als auch das fünfte Buch, das die Proportionslehre des Eudoxos enthält, sind Beispiele dieser allgemeinen mathematischen Wissenschaft.[50] Eudoxos' Theorie umfasst bekanntlich sowohl Zahlen als auch Größen

[43] *KEBEE* 59.15–17. Proklos denkt dabei nur an die größere Einfachheit der arithmetischen Gegenstände; er ist nicht in der Lage, Freges Theorie zu antizipieren, wonach nur die Arithmetik, nicht aber die Geometrie analytisch ist. Denn anders als Aristoteles (Anal. Pr. 65a5–7) glaubt er, das Parallelenpostulat bewiesen zu haben.

[44] Nikomachos, *EA* I 4, 9.16–18. Vergleichbar auch Jamblich ÜAMW, 14.25–26 und 81.13–16, der hinzufügt, dass dreidimensionale Körper Flächen voraussetzen und letztere wiederum Linien.

[45] Sowohl Punkt als auch Monade sind natürlich auf das Eine bezogen, wenngleich sie von ihm zu unterscheiden sind: *Enn.* VI 9 [9] 5.41–43.

[46] *KEBEE* 96.6–8. Vgl. auch 48.9–15 und 59.15–61.17.

[47] Zum Verhältnis von Imagination und intelligibler Materie vgl. das wichtige Buch von Dmitri Nikulin, *Matter, Imagination and Geometry. Ontology, natural philosophy and mathematics in Plotinus, Proclus and Descartes*, Ashgate 2002, 132–144 und 183–187.

[48] *KEBEE*, 60.7–19.

[49] *KEBEE*, 7.13–10.14.

[50] Vgl. *KEBEE*, 60.16–26.

und löste schließlich jene Probleme, die auftraten, als die Entdeckung irrationaler Größen zum Zusammenbruch der früheren pythagoreischen Proportionslehre führte, welche die Proportionen noch als Verhältnisse ganzer Zahlen aufgefasst hatte.[51] Jamblich und Proklos bestehen darauf, dass die Gegenstände dieser allgemeinen Wissenschaft ihr Sein nicht aus der untergeordneten Wissenschaft ableiten, sondern ihren Instanziierungen vorangehen.[52] Wahrscheinlich steht die Idee einer allgemeinen mathematischen Wissenschaft auch mit der Hoffnung in Beziehung, ein Band zu finden, das die verschiedenen mathematischen Disziplinen vereinigt, wie dies schon die pseudo-platonische *Epinomis* 991d8–992a1 vorschlägt.[53] Man könnte hierin eine vage Antizipation der Idee einer *mathesis universalis* in der frühneuzeitlichen Philosophie sehen.

Ein zentrales Merkmal der neuplatonischen Philosophie der Mathematik ist selbstredend ihr Platonismus. Mathematische Objekte werden demzufolge nicht von physischen Objekten abstrahiert und ihre Existenz setzt somit keine physischen Objekte voraus, die sie instanziieren. Die ablehnende Haltung gegenüber der Abstraktionstheorie, wie sie Aristoteles in den beiden letzten Büchern der *Metaphysik* ausführt, ist allen Neuplatonikern gemeinsam.[54] Besonders klar wird sie jedoch von Plotin und Proklos artikuliert. Um mit Proklos zu beginnen, der über eine umfassendere Theorie mathematischer Objekte verfügt: Sein erstes Argument besteht darin, dass die Exaktheit der mathematischen Begriffe ihren Ursprung nicht in der empirischen Welt haben kann:

> [...] woher aber rühren Genauigkeit und Unwiderlegbarkeit der (mathematischen) Begriffe? Denn notwendigerweise rühren sie entweder von den Sinnendingen oder von der Seele her. Aber dass sie von den Sinnendingen herrühren, ist unmöglich, denn dann käme den Sinnendingen deutlich mehr Genauigkeit zu – also rühren Genauigkeit und Unwiderlegbarkeit von der Seele her, die dem Unvollendeten die Vollendung und dem Ungenauen die Genauigkeit hinzufügt. Denn wo finden wir unter den Sinnendingen etwas ohne Teile, etwas ohne Breite oder etwas ohne Tiefe?[55]

(Einen weiteren Grund für die Ablehnung der mathematischen Abstraktionstheorie bilden die irrationalen Größen, deren bereits im fünften Jahrhundert v. Chr. vollzogene Entdeckung die griechische Mathematik scharf von der Mathematik ihrer Nachbarn unterscheidet – denn wenn sich die grundlegende Struktur der physischen Welt als diskret erweisen sollte, dann könnte keine Abstraktionstheorie ihre Annahme rechtfertigen.) Ausgehend von der Prämisse, dass

---

[51] Die Komplexität von Eudoxos' Theorie erklärt zugleich, warum manche Mathematiker der Antike es auch später noch vorzogen, die Verwendung von Proportionen zu vermeiden (*KEBEE*, 73.22).

[52] ÜAMW, 19.19–20.1; *KEBEE*, 8.21–25.

[53] Vgl. Nikomachos, *EA*, I 3, p. 4.7–15. Proklos bezweifelte die Authentizität der *Epinomis*: vgl. *KEBEE* 42.11f. sowie die anonymen *Prolegomena zur Philosophie Platons* 10.25.1–10 Westerink.

[54] Vgl. Jamblich ÜAMW, 34.9–12 und 89.5–7.

[55] *KEBEE*, 12.13–20.

sinnliche Objekte konkrete Einzeldinge sind, behauptet Proklos zweitens, dass mathematische Beweise nicht allgemeingültig sein könnten, wenn sie von Gegenständen handeln würden, die von konkreten Einzeldingen abgeleitet sind. Zudem ordnet die Abstraktionstheorie, drittens, die Seele der Materie unter, da sie die Tätigkeit der Seele auf eine bloße Rezeption all dessen beschränkt, was ursprünglich von der Materie herkommt. Festzuhalten ist jedoch, dass kein Neuplatoniker bestreitet, dass die Bildung mathematischer Konzepte durch sinnliche Erfahrungen, wie beispielsweise das Zählen konkreter Objekte, ausgelöst wird und dass die Mathematik eine vergleichsweise spät entstandene Disziplin ist – im Gegenteil betonen sie dies gerade explizit[56] und beziehen sich hierbei mit Vorliebe auf die *Epinomis*[57]. Dennoch sind Genese und Geltung zu unterscheiden: Ein Wissen, das durch die Erfahrung ausgelöst wird, ist nicht notwendig selbst empirisches Wissen. „Denn was im Hinblick auf die Genese später ist, geht im Hinblick auf Sein und Vollendung voran."[58]

Wenn mathematische Objekte nicht aus der Abstraktion stammen, dann müssen sie aus der Seele kommen. Warum aber haben sie ihren Ursprung nicht direkt im Geist? Dies ist Proklos zufolge als Konsequenz ihrer intermediären Position zu betrachten. Denn da der Geist mit den Ideen korreliert ist, müssen mathematische Objekte (die Proklos normalerweise als *logoi* und nicht als *eide* bezeichnet) durch die Seele erzeugt werden. Angesichts von Proklos' Betonung der kreativen Aktivität der Seele, die niemals aufhört, neue mathematische Sätze zu entwickeln,[59] ist es jedoch entscheidend zu verstehen, dass diese Theorie der Präexistenz der mathematischen Objekte nicht wirklich widerspricht. Wie der Neuplatonismus im Allgemeinen, so betont zwar auch die neuplatonische Philosophie der Mathematik die Subjektivität in einem stärkeren Maße als dies Platon – zumindest an der Oberfläche seiner Dialoge – tut. Aber es wäre irreführend, den Neuplatonikern einen Konstruktivismus im modernen Sinn zuzuschreiben. Jamblich zum Beispiel will verhindern, dass die Seele gegenüber den mathematischen Objekten überlegen ist, und löst diese Frage, indem er lehrt, dass die Seele „den mathematischen Entitäten weder vorangeht noch ihnen nachfolgt"[60]. In einem vergleichbaren Sinn und mit der expliziten Intention, mit Platon übereinzustimmen, legt Proklos dar, dass mathematische Entitäten sowohl Projektionen von Ideen seien, die bereits in der Seele existieren, als auch Manifestationen von bleibenden und ewigen Ideen.[61] Denn andernfalls würde die Seele, wie Proklos behauptet, bezüglich ihrer eigenen Projektionen eines

---

[56] *Enn.* III 7 [45] 12.28–33 und VI 6 [34] 4.23–24; ÜAMW, 83.7–16; *KEBEE*, 29.3–9 und 64.18–65.7.

[57] *Epin.* 978d1–5.

[58] ÜAMW, 83.21–22.

[59] *KEBEE*, 17.22–18.4; 144.26–145.3.

[60] ÜAMW, 42.23–24.

[61] *KEBEE*, 13.9–11 und 25–26; vgl. 57.4–8.

Wahrheitsmaßstabes ermangeln. Da die Ideen aus dem Geist stammen, fügt Proklos hinzu, dass die Seele keine *tabula rasa* ist, sondern eine Tafel, die immer schon beschrieben war, die sich selbst beschreibt und die vom Geist beschrieben wird.[62] Weder ist es wahr, dass immaterielle Objekte der Existenz ermangeln, noch, dass sie nur im Denken existieren.[63] Der neuplatonische Idealismus ist eine Form des objektiven, nicht des subjektiven Idealismus: Denn erstens ist die Seele, welche die mathematischen Objekte projiziert, nicht die Seele eines einzelnen menschlichen Individuums.[64] Zweitens wird sie hierbei durch die Kategorien geleitet, die ihr der Geist übermittelt. Und drittens müssen die Neuplatoniker, da für sie die Natur ein Produkt der Seele ist, nicht jenen Preis bezahlen, den Kant bereit ist zu zahlen, wenn er lehrt, dass die Formen der Anschauung unser eigener Beitrag zur Erfahrung sind – und zwar indem er behauptet, dass die Realität an sich für uns unerreichbar ist. Die Emanation des Einen über Geist und Seele bis hin zur Natur ist ein einheitlicher Vorgang: Im Neuplatonismus ist deshalb kein Platz für eine der objektiven Realität entgegengesetzte Subjektivität, die sich ihrer individuellen und sozialen Konstruktionen erfreut. (Die Gnostiker haben diese moderne Geisteshaltung vorbereitet, aber *Enn.* II 9 [33] 15.8–17 belegt, dass Plotin diese Einstellung noch mehr verachtete als den epikureischen Materialismus.) Aus diesem Grund ist die Anwendung der Mathematik auf die Realität, die für Kants Philosophie der Mathematik entscheidend ist, für die Neuplatoniker nicht problematisch: Dass es in diesem Prozess Probleme gibt, ist ihnen zufolge nicht der subjektiven Natur unserer Begriffe geschuldet, sondern der Materie, die es den Ideen nicht erlaubt, die sinnlichen Objekte vollständig und perfekt zu formen.

Plotins Philosophie der Zahlen fügt sich gut in dieses Bild ein.[65] Bereits zu Beginn seines Traktats über die Zahlen legt er dar, dass es nicht der Zählende ist, der die Zahlen erzeugt. Ebenso wiederholt er mehrfach, dass es nicht der Denkende ist, der den Ideen Existenz verleiht.[66] Gegenüber der stoischen Position, wonach Zahlen nur die Art und Weise seien, in der das Denken affiziert wird, wendet Plotin ein, dass selbst diese Affektion und dieser Gedanke der Seele als Eines oder als Vielheit bestimmt werden müssen.[67] Das heißt, dass selbst dann, wenn wir die Zahl in etwas Subjektives verwandeln, sie sich gegenüber den Affektionen immer noch als logisch vorgängig erweist. Darüber hinaus beharrt Plotin auf der objektiven Natur von Relationen und weist die Idee zurück, dass man „Eines“ definieren könne durch „kein Anderes“. Denn im Begriff eines

62 *KEBEE*, 16.8–10.
63 *KEBEE*, 139.22–26.
64 Vgl. *Enn.* IV 9 [8].
65 Zu den verschiedenen Definitionen der Zahl im Neuplatonismus vgl. Gyburg Radke, *Die Theorie der Zahl im Platonismus*, Tübingen/Basel 2003, 432–575.
66 *Enn.* VI 6 [34] 2.8–9 und 6.5–10.
67 *Enn.* VI 6 [34] 12.7f.

„Anderen" ist das „Eine" bereits impliziert, das damit dem „Anderen" und dem „Unterschiedenen" vorausgeht. Einheit wird nicht nur im Objekt des Denkens vorausgesetzt, sondern auch auf Seiten des Sprechers, der selbst unweigerlich einer ist.[68] Was jedoch bei jedem Gedanken vorausgesetzt werden muss, das muss auch als existierend angenommen werden: „Wie wäre es denn möglich, dass dasjenige nicht existiert, ohne das man weder etwas geistig erfassen noch ansprechen kann?"[69] Plotins Verteidigung einer idealen Existenz der Zahlen wird durch den Vergleich mit moralischen und ästhetischen Werten bestärkt, für die er ebenfalls eine platonische Ontologie verteidigt.[70] Bei anderer Gelegenheit sind es die mathematischen Objekte, die zur Erkenntnis der Idee des Guten führen[71] – zum einen aufgrund ihres ähnlichen ontischen Status und zum anderen aufgrund dessen, dass das Prinzip der Zahl, das Eine, mit dem Guten identifiziert wird.

Ein damit verbundenes Merkmal der neuplatonischen Philosophie der Mathematik ist die Bewunderung der Schönheit mathematischer Objekte und Propositionen.[72] Proklos fügt jedoch hinzu, dass die Bewertung der Schönheit mathematischer Figuren nicht die Aufgabe des Mathematikers, sondern die des Philosophen ist[73] und dass die Seele letztendlich erkennt, dass sie selbst schöner ist als die mathematischen Objekte, die sie projiziert.[74] Soweit ich sehen kann, machen zwar alle Neuplatoniker auf die Schönheit von mathematischen Objekten und Theoremen aufmerksam, nicht jedoch auf die Schönheit von Beweisen – wohingegen Kant bekanntlich dafür argumentiert, dass nur mathematische Beweise schön sein können, da nur in ihnen jener Grad des freien Spiels von Verstand und Einbindungskraft zu finden ist, der für die Schönheit nach seinem Verständnis notwendig ist.[75] Ein hiermit verwandter Unterschied zwischen Antike und Moderne besteht darin, dass für die Antike die Schönheit der Welt – und wohl auch die Schönheit bestimmter Theoreme – auf das Göttliche verweist, das sie hervorgebracht hat.[76] Hume hingegen betrachtet mathematische Wahrheiten als analytische Wahrheiten und deshalb als das Resultat einer unpersönlichen Notwendigkeit: „To a superficial observer, so wonderful a regularity may be admired as the effect either of chance or design; but a skilful

---

[68] *Enn.* VI 6 [34] 13.9–17.

[69] *Enn.* VI 6 [34] 13.44–45.

[70] *Enn.* VI 6 [34] 6.10–17 und 14.29–33.

[71] Vgl. ÜAMW, 26.22f. Plotin vertritt sogar die These, dass auch die mathematischen Entitäten selbst nach dem Guten streben: *Enn.* VI 2 [43] 12.1–10.

[72] ÜAMW, 10.16f., 19.9–13, 46.29–47.6, 55.12–14, 83.23–25; *KEBEE*, 8.4–5, 20.27–21.4, 26.10–27.16 (Zitat von Aristoteles, *Metaphysik*, 1078a33–b5), 139.26–140.2. Proklos spricht auch von der Anmut und Eleganz eines Theorems (72.13–22).

[73] *KEBEE*, 35.1–6.

[74] *KEBEE*, 141.2–142.2.

[75] *Kritik der Urteilskraft*, § 62, C 277–279.

[76] Vgl. Nikomachos, *EA*, I 6, 12.1–12.

algebraist immediately concludes it to be the work of necessity, and demonstrates, that it must for ever result from the nature of these numbers."[77]

Wir haben bereits gesehen, dass die Arithmetik im neuplatonischen System der Geometrie vorangeht. Aber die Situation ist noch weit komplexer, da wir wissen, dass es auch Ideen von mathematischen Objekten gibt, wie beispielsweise die Idee des Kreises. Man könnte deshalb vermuten, dass es auch eine Idee der Zahl gibt. Die Neuplatoniker – und wahrscheinlich schon Platon vor ihnen – setzten stattdessen jedoch eine ganze Zahlenreihe in der intelligiblen Welt an, die von der Reihe der mathematischen Zahlen unterschieden ist. Nikomachos unterscheidet diesbezüglich zwischen der Zahl in ihrer vorgängigen Existenz im göttlichen Denken und der wissenschaftlichen (*epistēmonikos*) Zahl.[78] Jamblich nennt den ersten Typ ideale Zahl (*eidētikos*).[79] Plotin unterscheidet zwischen wesentlichen (*ousiōdeis*) Zahlen einerseits und monadischen (*monadikoi*), quantitativen oder bloßen (*psiloi*) Zahlen andererseits,[80] die sich ihrerseits wiederum von den Zahlen in sinnlichen Objekten unterscheiden.[81] Die zweite Unterscheidung ist offensichtlich: Wenn man sich mit Problemen der Zahlentheorie beschäftigt, dann beschäftigt man sich mit Objekten von anderer Wesensnatur, als wenn man Äpfel zählt. Was aber rechtfertigt die Unterscheidung zwischen wesentlicher und monadischer Zahl, die als Einheit von Einheiten begriffen wird (z.B. drei Einheiten im Fall der Zahl Drei)? Eine Weise, um die Lehre von den idealen Zahlen – d.h. die Konzeption, dass wir die Existenz von Zahlen, nicht aber von geometrischen Objekten in der Ideenwelt annehmen müssen – zu verstehen, besteht im Verweis auf unsere Fähigkeit, die Ideen zählen zu können. Zwei so unterschiedliche Philosophen wie Frege[82] und Hegel[83] haben aus diesem Grund der Zahl eine bei weitem grundlegendere Rolle gewährt als geometrischen Objekten – da selbst Gegenstände des reinen Denkens gezählt werden müssen. Insbesondere wenn man an ein feststehendes System von Begriffen glaubt, sind Zahlen eine überzeugende Weise, um Begriffe abzukürzen. „3.2.3.1" könnte im System Hegels zum Beispiel für „Familie" stehen;[84] und obwohl Platons *dihaireseis* meist dichotomisch und nicht dreiteilig sind, träumte er vermutlich von einer ähnlich überzeugenden Weise, die Ideen zu zählen. Aus Gründen, die mit dem kontingenten Faktum unseres Dezimal-

---

[77] David Hume, *Dialogues Concerning Natural Religion*, Indianapolis 1947, 191.

[78] *EA*, I 6; p. 12.1–14.

[79] ÜAMW, 63.31–64.4.

[80] *Enn.* VI 6 [34] 9.34–37. Vgl. V5 [32] 4.16–20 und IV 3 [27] 2.22.

[81] *Enn.* VI 3 [44] 13.5–7.

[82] Vgl. *Die Grundlagen der Arithmetik* § 14.

[83] Vgl. *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften* § 102.

[84] Denn die Familie ist die erste Institution des ethischen Lebens, welches die dritte Kategorie des objektiven Geistes bildet, der selbst die zweite Kategorie des Geistes ist, welcher wiederum der dritte Bereich des Seins ist.

systems in Zusammenhang gestanden haben müssen, wurde angenommen, dass die idealen Zahlen nur bis zur 10 reichen.[85]

Die Philosophie der Mathematik kann eine philosophische Fundierung der Mathematik leisten, aber im Vorhaben der Neuplatoniker soll sie darüber hinaus auch eine mathematische Veranschaulichung metaphysischer Wahrheiten bieten – ein Konzept, das durch Nikolaus von Kues in *De docta ignorantia* weiterentwickelt wurde. Ich nenne im Folgenden nur zwei Beispiele aus Plotins Werk. Zum einen wurden die Zahlen 1 und 2 als Veranschaulichungen des Einen und des Geistes angesehen. Diese Veranschaulichung ist jedoch nicht einfach in dem Sinne zu verstehen, dass das Eine und der Geist die beiden ersten Hypostasen bilden, sondern bringt vielmehr zum Ausdruck, dass der Geist durch eine intrinsische Dualität ausgezeichnet ist, die dem Einen selbst fremd ist – wobei diese Dualität mit der intentionalen Struktur des Geistes, seiner Korrelation mit dem wahren Sein, der Ideenwelt, verbunden ist.[86] Zum anderen wird das Verhältnis des Einen zu den anderen Hypostasen auch mit dem Verhältnis des ausdehnungslosen Kreismittelpunktes zur Kreislinie verglichen (oder dort, wo Plotin den Unterschied zwischen Geist und Seele verdeutlichen will, zu einem unbewegten bzw. zu einem bewegten Kreis).[87] Bisweilen stellt Plotin dem Mittelpunkt nicht die periphere Kreislinie, sondern die Radien gegenüber.[88] Und einmal spricht er von den Großkreisen auf einer Kugel, die ihren Mittelpunkt mit jenem der Kugel selbst gemeinsam haben[89] – dies ist, soweit ich sehen kann, die einzige Stelle, die Plotins Kenntnis der sphärischen Geometrie verrät.

III.

Angesichts der Fokussierung auf die Geometrie im zweiten Prolog ist es nicht überraschend, dass Proklos hier der Imagination eine noch größere Wichtigkeit als im ersten Prolog zumisst. Er betont, dass sowohl die Sinnendinge als auch die Objekte der Imagination am Allgemeinen teilhaben, und ebenso, dass die Imagination ihren Objekten Teilbarkeit, Ausdehnung und Gestalt verleiht.[90] Der dritte dieser Aspekte wird spezifisch durch den Terminus *eschēmatis-*

[85] Vgl. Aristoteles, *Metaphysik* 1073a20–21 und 1084a12, 25–27 sowie *Enn.* VI 6 [34] 10.33–37 und 14.47–50.

[86] *Enn.* III 9 [13] 7.1–6; V 1 [10] 4.30–34; VI 7 [38] 41.21–22.

[87] *Enn.* I 7 [54] 1.23–24; IV 2 [4] 1.24–29; IV 4 [28] 16.21–31.

[88] *Enn.* VI 8 [39] 18.7–30. IV 7 [2] 6.11–15 vergleicht das Ich und seine Wahrnehmungen mit dem Kreismittelpunkt und seinen Radien.

[89] *Enn.* VI 9 [9] 8.20–22.

[90] Aber auch die Imagination beginnt beim Unteilbaren, nämlich beim Punkt: *KEBEE*, 94.26–95.2.

menōn[91] zum Ausdruck gebracht – und hierbei erinnert nicht nur der Ausdruck den heutigen Leser an Kants Lehre vom Schematismus. Denn kein anderer uns bekannter[92] antiker Denker hat die Wichtigkeit der Visualisierung mathematischer Objekte – nicht im Sand, sondern in der eigenen Imagination – so sehr betont wie Proklos. Die intermediäre Zwischenstellung der Imagination entspricht dabei der Wesensnatur ihrer Objekte. Um die Vielheitlichkeit der mathematischen Objekte zu gewährleisten, nimmt Proklos eine intelligible Materie und darüber hinaus sogar ein spezifisch imaginäres Allgemeines an, das beispielsweise für die Einheit der verschiedenen imaginierten Kreise verantwortlich ist. Während der Kreis im Vermögen des diskursiven Denkens singulär und unausgedehnt ist, hilft die Imagination dem diskursiven Denken dergestalt, dass sie dessen Konzepte entfaltet und expliziert. Festzuhalten ist jedoch, dass es das diskursive Denken bleibt, das seine Begriffe an die Imagination weiterreicht und hierbei „in ihr oder mit ihr" arbeitet.[93] Gleichzeitig beklagt Proklos allerdings die Abhängigkeit der Geometrie von der Imagination und verlangt ihre Unabhängigkeit:

> Und diese Wirklichkeit der Geometrie wäre das höchste Ziel der Beschäftigung mit ihr. Sie wäre wahrlich das Ergebnis einer Gabe des Hermes, welche die Geometrie weg von einer gewissen Kalypso hin zu einer vollendeteren und geistigeren Erkenntnis führen und sie von den Projektionsgestalten in der Phantasie unabhängig machen würde.[94]

Es ist in der Tat verführerisch, Descartes als diesen Odysseus zu sehen, der auf Geheiß des Hermes hin die Liebesbeziehung zwischen Geometrie und Imagination beendete, wie schon Nicolai Hartmann bemerkte.[95] Wie bestimmt Proklos den Beitrag beider Vermögen zu den Beweisen? In jenen Beweisen, in denen verschiedene mathematische Objekte derselben Art benötigt werden, ist das diskursive Denken von der Imagination abhängig. Zugleich jedoch sind die Veranschaulichungen der Imagination arbiträr und der *nervus probandi* liegt deshalb in den Definitionen und den Folgerungen aus den Axiomen, die dem diskursiven Denken zuzurechnen sind. „Das Projizierende ist das diskursive Denken; dasjenige, von dem her projiziert wird, ist die diskursive Idee; und dasjenige, in dem das Projizierte (erscheint), wird ‚passiver Nous' genannt."[96]

---

[91] *KEBEE*, 52.1.

[92] Zwar können wir nicht ausschließen, dass Proklos selbst einem Vorbild folgt; Porphyrios und den meisten Platonikern widerspricht er jedoch explizit – wobei er sich natürlich zugleich in Übereinstimmung mit dem Meister glaubt (*KEBEE* 56.23–57.4).

[93] *KEBEE*, 54.22–55.13 (hier: 55.3).

[94] *KEBEE*, 55.18–23.

[95] Nicolai Hartmann, *Des Proklus Diadochus philosophische Anfangsgründe der Mathematik*, Gießen 1909, 34f. Ein entscheidender Grund für Descartes' Transformierung war natürlich die Hoffnung, durch die algebraische Form deutlich mehr Theoreme beweisen zu können. Vgl. René Descartes, *The Geometry*, with a facsimile of the first edition, New York 1954, 17 (304 im Original).

[96] *KEBEE*, 56.15–18. Die Passage steht in Verbindung mit dem Bericht der Diskussion

Während die Ideen in der Erkenntnis fixiert sind, findet sich in der Imagination Bewegung.[97] Proklos vergleicht die Imagination zweimal mit einem Spiegel,[98] vermutlich weil er das letzte der vier Vermögen in Platons Liniengleichnis im Sinn hat, welches Bilder wahrnimmt und innerhalb der sinnlichen Vermögen dem diskursiven Denken entspricht.[99]

Die intermediäre Position der Mathematik erklärt, warum sie hinsichtlich dreier Ebenen analysiert werden kann.[100] Auf der genuin mathematischen Ebene kann man die logische Struktur eines Beweises betrachten, den Kontext, innerhalb dessen ein Theorem entwickelt wird, oder auch die Möglichkeit alternativer Beweise, indem man Figuren mit anderen Spezifikationen (*ptōseis*) verwendet. Aber die Mathematik kann auch als Leiter in die intelligible Welt verwendet werden, wobei Proklos dieses Vorgehen insbesondere in seinem Kommentar zu den Definitionen, aber auch zu manchen Theoremen anwendet. Für den mathematisch versierten Leser sind die Übergänge dabei oftmals abrupt.[101] Dennoch entspricht dies dem neuplatonischen Verständnis der Funktion der Mathematik innerhalb der Gesamtheit des Wissens. Mathematik ist freilich nicht nur mit dem Bereich über ihr, sondern auch mit dem Bereich unter ihr verbunden, und obwohl Proklos auf dem Faktum beharrt, dass die Mathematik ein Zweck an sich selbst ist und eine spezifische Form der Lust verursacht,[102] weist er doch mehrfach auf ihre Nützlichkeit für verschiedene Zwecke hin – nicht nur für die Theologie, die politische Philosophie, die Ethik und die Rhetorik, sondern auch für unser Verständnis der Natur.[103] Er nimmt Bezug auf die Mathematisierung der Naturwissenschaft in Platons *Timaios* und auch auf die erstaunlichen technischen Leistungen des Archimedes. Im Kommentar zu den einzelnen Sätzen finden sich jedoch nur in Ausnahmefällen Hinweise auf deren technische Anwendung.[104]

Während die metaphysische Interpretation von geometrischen Sätzen durchaus auch von anderen Neuplatonikern her bekannt ist,[105] stellt die von Proklos

---

zwischen den Schülern Speusipps und jenen von Menaichmos über die Vorrangstellung zwischen Theoremen und Problemen (*problēma* ist Proklos' Ausdruck für „Projektion“). Ich denke nicht, dass es klug ist, diese Diskussion als Antizipation der modernen Kontroverse zwischen Platonisten und Konstruktivisten zu interpretieren. Denn letztendlich führt Euklid Konstruktionen mit dem Imperativ Perfekt Passiv ein und verweist so auf einen zeitlosen Raum.

[97] *KEBEE*, 78.22–79.2.

[98] *KEBEE*, 121.5–6, 141.5–6.

[99] Vgl. Rep. 510a1–2.

[100] *KEBEE*, 62.1–63.9.

[101] Vgl., um nur ein Beispiel zu nennen, 290.15–291.19 aus dem Kommentar zu *Elemente* I 12.

[102] *KEBEE*, 27.17–28.22.

[103] *KEBEE*, 21.25–25.11, 63.9–64.2.

[104] Vgl. *KEBEE*, 352.13–18.

[105] Von besonderem Interesse ist hierbei die Diskussion um den Vorrang gerader oder

durchgeführte detaillierte Analyse der logischen Struktur der *Elemente*, die deutlich auf den aristotelischen *Analytiken* basiert, vielleicht seine wichtigste Vorwegnahme der modernen Philosophie der Mathematik dar. Er schaut hierfür interessanterweise nicht nur auf die Strenge der Folgerungen, sondern auch auf den Gesamtaufbau der *Elemente*, der ihm zufolge letztlich auf die Theorie der regelmäßigen Polyeder zielt, und zudem lobt er Euklid dafür, dass er Überflüssiges vermeidet und das Wesentliche auswählt.[106] Seine Übersicht über die dialektischen Methoden (Klassifizierung, Definition, Benennung der Axiome, Folgerungen);[107] seine Diskussion der Unterschiede zwischen analytischen und synthetischen Methoden, die zu den Prinzipien hinführen bzw. bei ihnen beginnen;[108] sein Vergleich von Theoremen und Problemen;[109] seine drei Arten, zwischen Axiomen und Postulaten zu unterscheiden;[110] sein gründliches Studium der verschiedenen Formen des Beweises der Umkehrung eines Theorems[111] sowie der Natur des apagogischen Beweises[112] und seine Feststellung der spezifischen Natur des fünften Postulats, das nicht auf die gleiche Weise wie die anderen akzeptiert werden kann,[113] – all das sind wichtige Beiträge zur Theorie der wissenschaftlichen Erkenntnis. Aber eine gründliche Erklärung all dieser Aspekte würde den vorliegenden Rahmen eines einführenden Aufsatzes sprengen. Ich möchte mit einer Bemerkung schließen. Proklos erkennt richtigerweise, dass ein guter Beweis so allgemein wie möglich sein sollte – wir wollen keine separaten Beweise für gleichseitige, gleichschenklige und ungleichseitige Drei-

---

kreisförmiger Linien, welche aus tiefergehenden Gründen in sich nicht immer vollständig konsistent ist (82.2–7, 106.20–109.4).

106 *KEBEE*, 71.22–24. 73.25–74.9. Wenn Proklos diese Maxime ernst genommen hätte, dann hätte er sich nicht mit den beiläufigen Bemerkungen zu I 16–17 zufriedengegeben, Theoremen, die nach I 32 überflüssig erscheinen (377.14–378.2). Statt dessen hätte er verstanden, dass Euklid bewusst versucht, so viele Theoreme wie möglich ohne Nutzung des Parallelenpostulats zu beweisen. Vgl. Imre Tóth, *Fragmente und Spuren nichteuklidischer Geometrie bei Aristoteles*, Berlin 2010 sowie Vittorio Hösle, *Antieuklidisch oder nichteuklidisch? Tertium datur!* Einige methodologische Reflexionen zur Wissenschaftshistorie anlässlich des Anachronismusvorwurfes gegen Imre Tóths Aristotelesdeutung, erscheint in: Sudhoffs Archiv 106 (222).

107 *KEBEE*, 57.20–58.9; 69.13–19. Vgl. ÜAMW, 65.7–66.8.

108 *KEBEE*, 43.18–21.

109 *KEBEE*, 77.7–81.22, 178.9–12, 241.18–244.9 mit Bezug auf Karpos.

110 *KEBEE*, 182.5–20.

111 *KEBEE*, 69.19–24, 252.5–254.20. Faszinierend ist die Information, dass der Kreis um Menaichmos und Amphinomos Fehlschlüsse in Beweisumkehrungen untersucht hat. Steht das in Verbindung mit möglichen Beweisversuchen für I 29?

112 *KEBEE*, 254.22–256.8. Proklos berichtet uns, dass manche antiken Geometer – gleichsam als Vorläufer des großen intuitionistischen Mathematikers Luitzen Egbertus Jan Brouwer – apagogische Beweise ablehnten (73.21–22). Proklos selbst hat keinerlei Bedenken gegenüber der *reductio ad absurdum*, solange sie den Zusammenhang zwischen den Theoremen aufrechterhält (321.9–20).

113 *KEBEE*, 76.21–23, 191.21–193.9, 364.1–354.4.

ecke, falls ein einziger Beweis ausreicht.[114] Der ideale Beweis ist damit nicht nur für all jene Objekte gültig, über die er im Beweisgang explizit spricht, sondern trifft Aussagen über alle Objekte, für die er gültig ist.[115] Proklos fügt jedoch hinzu, dass ein guter Beweis die epistemische Ursache mit der „ontischen“ Ursache identifizieren sollte (was apagogische Beweise nicht zu leisten vermögen). Ein solcher Beweis würde demzufolge vermeiden, Linien einzuführen, die nicht wesentlich zu jener Figur gehören, deren Eigenschaften bewiesen werden sollen – wie etwa die Außenwinkel bei Dreiecken.[116] Dabei berühren Proklos' Bemerkungen die Gültigkeit einer Folgerung selbstredend nicht und haben anscheinend nur psychologische Relevanz – im Sinne dessen, dass wir Beweise einfacher entdecken und sie uns leichter merken, wenn sie aus dem Wesen des Objektes selbst heraus entwickelt werden (wie etwa der klassische Beweis des bekanntesten Thales zugeschriebenen Theorems). Aber es ist faszinierend, dass Proklos' Idee im 19. Jahrhundert in Arthur Schopenhauers *Die Welt als Wille und Vorstellung* wiederauftaucht,[117] dessen Philosophie der Mathematik – eine Radikalisierung des kantischen Intuitionismus – Brouwer stark beeinflusste. Dies könnte dadurch erklärt werden, dass sowohl Proklos als auch Schopenhauer die *Zweiten Analytiken* des Aristoteles zitieren. Doch Schopenhauer bezieht sich explizit auf Proklos' Kommentar, auch wenn er nur jene eine lange Passage gekannt zu haben scheint (12.2–17.4), die Kepler in das erste Kapitel des vierten Buches seiner *Harmonices mundi* eingefügt hat. Seine eigene Originalität gestattete es Schopenhauer dennoch, Proklos zum ersten Mal zum wahren Vorläufer der kantischen Doktrin der reinen Anschauung zu erklären – das ist innerhalb der Geschichte der Philosophie der Mathematik keine geringe Ehre für den letzten großen Neuplatoniker.

Aus dem Englischen übersetzt von Christoph Poetsch; das Original erscheint in: A Handbook of Neoplatonism, edited by Christian Wilberg, Oxford 2023.

Bibliographie der Sekundärliteratur

– Acerbi, Fabio, „Plato, Parmenides 149a7–c3. A Proof by Complete Induction?“, *Archive for History of Exact Sciences* 55 (2000), 57–76.
– Cantor, Moritz, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Bd. 1, 3. Aufl., Leipzig 1907.
– Descartes, René, *The Geometry*, with a facsimile of the first edition, New York 1954.
– Dillon, John, *The Middle Platonists: 80 BC to AD 220*, Ithaca 1996.

[114] *KEBEE*, 14.11–20, 32.26–33.20.
[115] Vgl. *KEBEE*, 244.14–246.12 und 390.15–392.8.
[116] *KEBEE*, 202.9–25, 311.15–23.
[117] § 15 der dritten und letzten Edition. Eine weitere Passage aus dem *Kommentar* ist in I 12 des zweiten Bandes von Schopenhauers Hauptwerk zitiert.

- *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, translated with introduction and commentary by Thomas Heath, 3 Bde., 2. Aufl., Cambridge 1926.
- Gaiser, Konrad, *Platons ungeschriebene Lehre*, Stuttgart 1963.
- Gow, James, *A Short History of Greek Mathematics*, Cambridge 1884.
- Halfwassen, Jens, *Der Aufstieg zum Einen. Untersuchungen zu Platon und Plotin*, Stuttgart 1992.
- Hartmann, Nicolai, *Des Proklus Diadochus philosophische Anfangsgründe der Mathematik*, Gießen 1909.
- Horn, Christoph, *Plotin über Sein, Zahl und Einheit*, Stuttgart/Leipzig 1995.
- Hösle, Vittorio, „Zu Platons Philosophie der Zahlen und deren mathematischer und philosophischer Bedeutung", in: ders., *Platon interpretieren*, Paderborn 2004, 107–143.
- Hösle, Vittorio, *Antieuklidisch oder nichteuklidisch? Tertium datur!* Einige methodologische Reflexionen zur Wissenschaftshistorie anlässlich des Anachronismusvorwurfes gegen Imre Tóths Aristotelesdeutung, erscheint in: Sudhoffs Archiv 106 (222).
- Hume, David, *Dialogues Concerning Natural Religion*, Indianapolis 1947.
- Krämer, Hans Joachim, *Der Ursprung der Geistmetaphysik. Untersuchungen zur Geschichte des Platonismus zwischen Platon und Plotin*, Amsterdam 1964.
- *Nicomachus of Gerasa, Introduction to Arithmetic*, tr. by Martin Luther D'Ooge, with studies in Greek arithmetic by Frank Egleston Robbins and Louis Charles Karpinski, Ann Arbor 1926.
- Nikulin, Dmitri, *Matter, Imagination and Geometry. Ontology, natural philosophy and mathematics in Plotinus, Proclus and Descartes*, Ashgate 2002.
- O'Meara, Dominic, *Pythagoras Revived. Mathematics and Philosophy in Late Antiquity*, Oxford 1989.
- Rademacher, Hans/Toeplitz, Otto, *The Enjoyment of Mathematics*, Princeton 1966.
- Radke, Gyburg, *Die Theorie der Zahl im Platonismus*, Tübingen/Basel 2003.
- Rashed, Roshdi, *The Development of Arabic Mathematics: Between Arithmetic and Algebra*, Dordrecht 1994.
- Schmitz, Markus, *Euklids Geometrie und ihre mathematiktheoretische Grundlegung in der neuplatonischen Philosophie des Proklos*, Würzburg 1997.
- Slaveva-Griffin, Svetla, *Plotinus on Number*, Oxford 2009.
- Tannery, Paul, „Domninos de Larissa", in: *Mémoires scientifiques*, Bd. 2, Toulouse/Paris 1912, 105–117.
- Thesleff, Holger, *The Pythagorean Texts of the Hellenistic Period*, Åbo 1965.
- Tóth, Imre, *Fragmente und Spuren nichteuklidischer Geometrie bei Aristoteles*, Berlin 2010.
- van der Waerden, Bartel Lendert, *Die Pythagoreer*, Zürich/München 1979.